ALESSIO BELTRAME

SEGNALE, RUMORE E CALIBRAZIONE

nelle fotocamere CMOS e CCD

ALESSIO BELTRAME

SEGNALE, RUMORE E CALIBRAZIONE
nelle fotocamere CMOS e CCD

© 2018 | Alessio Beltrame | Riproduzione riservata

SOMMARIO

INTRODUZIONE 9

PERCHÉ UN LIBRO SUL SEGNALE E IL RUMORE IN (ASTRO)FOTOGRAFIA 9
LE NOVITÀ DELLA VERSIONE 3: IL FOCUS È SULL'ASTROFOTOGRAFIA 11
CCD O CMOS? 13
PERCHÉ QUESTO LIBRO È GRATIS 13
CHI SONO 14
COPYRIGHT E DISCLAIMER 15

COME FUNZIONA UNA FOTOCAMERA 17

CHE COS'È LA LUCE 17
CONVERSIONE FOTONI → ELETTRONI 19
LO SCHEMA A BLOCCHI DI UNA FOTOCAMERA 20

CHE COS'È UNA FOTOGRAFIA DIGITALE 22

IMMAGINI MONOCROMATICHE 22
IMMAGINI A COLORI: IL FILTRO BAYER 23
RAPPRESENTAZIONE DEI DATI IN UN'IMMAGINE A COLORI 29
I FILE DI IMMAGINE SONO TABELLE 30
IL RUMORE NELLE IMMAGINI 30

I CONCETTI DI RUMORE E DI SNR 34

IL SEGNALE 37

ALTRI MODI PER AUMENTARE IL SEGNALE 40
ALTRE PERDITE DI SEGNALE 41
TECNOLOGIA APS E AREA ATTIVA DEL PIXEL 42

FILTRI IR/UV 43
FILTRO AA E FILTRO BAYER 44

LA NATURA DELLA LUCE E IL RUMORE INTRINSECO 45

QUANTIFICARE IL RUMORE 50

LA MISURA DEL RUMORE 50
COME SI SOMMA IL RUMORE 54

IL MURO DELLO SHOT NOISE 55

RIDUZIONE DEL RUMORE CON ESPOSIZIONI MULTIPLE 61

LE ALTRE SORGENTI DI RUMORE 65

IL RUMORE DOVUTO ALL'INQUINAMENTO LUMINOSO 65
IL RUMORE DI LETTURA (UPSTREAM E DOWNSTREAM) 69
IL RUMORE TERMICO E I DARK FRAME 70
RUMORE DI QUANTIZZAZIONE 77

RUMORE CORRELATO VS CASUALE 80

IL BANDING 81
L'AMP GLOW 84
PIXEL CALDI (E FREDDI) 85
IL RUMORE 1/F (O RANDOM TELEGRAPH NOISE) 85
COME SI ELIMINA IL RUMORE CORRELATO 86

NOISE FLOOR, FWC E RANGE DINAMICO 87

GAIN E SENSIBILITÀ ISO 91

IL GUADAGNO DELLA FOTOCAMERA E LO UNITY GAIN 94
LO UNITY GAIN NON È SEMPRE LA SCELTA MIGLIORE 95
GUADAGNO, GAIN E SENSIBILITÀ ISO 97
ESEMPIO 1: SENSORE KAF-8300 ALLO UNITY GAIN 98
ESEMPIO 2: CANON EOS 7D MARK II 99

ESEMPIO 3: QYHCCD QHY163M 100
FULL WELL CAPACITY E AMPLIFICAZIONE 103

L'OFFSET E LA SUA RELAZIONE CON IL GAIN 107

RAGIONARE IN ELETTRONI 112
IL METODO EMPIRICO 112

SENSIBILITÀ ISO ELEVATA = MENO RUMORE! 114

RUMORE COMPLESSIVO E RAPPORTO SEGNALE/RUMORE 114
IL RAPPORTO SEGNALE/RUMORE AL VARIARE DELLA SENSIBILITÀ ISO 119
ISO INVARIANZA 122
AMPLIFICAZIONE E RANGE DINAMICO 124

SCEGLIERE IL GAIN O LA SENSIBILITÀ ISO 126

TEMPO DI ESPOSIZIONE LIMITATO 126
TEMPO DI ESPOSIZIONE ILLIMITATO 130
IL MIGLIOR COMPROMESSO SULL'AMPLIFICAZIONE 132
LA TECNICA ETTR 134
HDR CON BRACKETING ISO 137

IL RUMORE TOTALE 140

CALCOLARE IL RUMORE TOTALE 140
VALUTARE LO SKY GLOW 141
IL RAPPORTO SEGNALE/RUMORE DIPENDE DAL TEMPO 142

GAIN, RANGE DINAMICO E STACKING 145

LA DIPENDENZA DEL RANGE DINAMICO DAL GAIN 146
LO STACKING AUMENTA IL RANGE DINAMICO 147
LA TECNICA HDR 149

COME MISURARE MEZZO FOTONE 151

GAIN: SCENARI D'UTILIZZO 156

BANDA STRETTA 156
OSC E RGB/LRGB 158
INQUINAMENTO LUMINOSO ELEVATO E RIPRESE IN BANDA LARGA 159
LUCKY IMAGING 160

GAIN/OFFSET: DA DOVE PARTIRE E COME SCEGLIERLI 164

BANDA LARGA 165
BANDA STRETTA 166
DOVE TROVARE QUESTI DATI 166

QUANTI FOTONI COLPISCONO UN PIXEL? 167

GRANDEZZE FOTOMETRICHE 168
IL RIFERIMENTO FOTOMETRICO 171
SORGENTI PUNTIFORMI: VEGA AL TELESCOPIO E A OCCHIO NUDO 172
SORGENTI PUNTIFORMI: ALTRI OGGETTI "STELLARI" 175
IL NUMERO MINIMO DI FOTONI RILEVABILI DALL'OCCHIO 178
SORGENTI ESTESE E LUMINOSITÀ SUPERFICIALE 179
ANGOLO DI CAMPO DI UN PIXEL E DI UN SENSORE 181
FOTONI PER PIXEL DA UNA SORGENTE ESTESA 183
ELETTRONI E ADU PER PIXEL NEL CASO DI SORGENTI ESTESE 185
ESEMPIO PRATICO: NEBULOSA CALIFORNIA (NGC 1499) IN H-ALFA 186

SI PUÒ FOTOGRAFARE IL CIELO DALLA CITTÀ? 192

SEGNALE E RUMORE DEL FONDO CIELO 192
INQUINAMENTO LUMINOSO E SNR 195
NON È ANCORA IL MOMENTO DI GETTARE LA SPUGNA 202

CONTA IL DIAMETRO O IL RAPPORTO FOCALE? 204

FWC, DIMENSIONE DEL PIXEL E RAPPORTO FOCALE 206

DIMENSIONE DEL PIXEL E DEL SENSORE 211

LATO DEL PIXEL 211
QUANTI PIXEL SERVONO 212
DIMENSIONE DEL PIXEL, DEL SENSORE E CAMPO VISIVO 213

COSTO DELLA FOTOCAMERA (E DELL'OTTICA) 214
CAMPIONAMENTO 215

RISOLUZIONE VS SNR: IL BINNING 217

IL BINNING 218
SCEGLIERE IL SENSORE E LA DIMENSIONE DEL PIXEL 219
BINNING CON FOTOCAMERE CMOS E CCD 220

LA CALIBRAZIONE DELLE IMMAGINI 222

COSA SONO I LIGHT FRAME E LA CALIBRAZIONE 223
IL BIAS, I BIAS FRAME E LA CALIBRAZIONE CON MASTER BIAS 224
LA DARK CURRENT, I DARK FRAME E LA CALIBRAZIONE CON MASTER DARK 228
I FLAT FRAME E LA CALIBRAZIONE CON MASTER FLAT 232
FORMULA BASE DELLA CALIBRAZIONE 237
CALIBRAZIONE CON FLAT DARK FRAME 238
SCALING DEI DARK FRAME 239
LO SCALING DEI DARK FRAME PUÒ ESSERE UN PROBLEMA 241
OVERSCAN AREA E OPTICAL BLACK AREA 241
LA BLACK POINT COMPENSATION 243
L'INFLUENZA DELL'AMP GLOW SULLA BLACK POINT COMPENSATION 246
LA BLACK POINT COMPENSATION IMPEDISCE LO SCALING DEI DARK FRAME 248
QUANDO LA CALIBRAZIONE È CONTROPRODUCENTE 251

MISURARE IL RUMORE DI LETTURA E IL GUADAGNO 254

ELIMINARE IL RUMORE CORRELATO 255
COME VALUTARE IL RUMORE DI LETTURA 257
LA PROCEDURA DI TEST 258

MISURARE LA DARK CURRENT 261

PERCHÉ CERTE MISURAZIONI DELLA DARK CURRENT NON TORNANO 261
UN METODO ALTERNATIVO DI MISURARE LA DARK CURRENT 262

TUTORIAL PER LA CALIBRAZIONE CON PIXINSIGHT 267

COME PIXINSIGHT ESEGUE LA CALIBRAZIONE (PER DEFAULT) 267
LA CALIBRAZIONE CON PIXINSIGHT (PASSO PER PASSO) 270

INTEGRAZIONE DEL MASTER BIAS E DEL MASTER DARK 272
CALIBRAZIONE DEI FLAT FRAME 273
INTEGRAZIONE DEL MASTER FLAT 275
CALIBRAZIONE DEI LIGHT FRAMES 277
REGISTRAZIONE E INTEGRAZIONE DEI LIGHT FRAMES 278
IL RISULTATO 279

BIBLIOGRAFIA 282

INTRODUZIONE

Perché un libro sul segnale e il rumore in (astro)fotografia

Questa è la terza edizione di un libro che ho reso disponibile, in formato PDF e a titolo gratuito, a partire dall'estate del 2015, anno in cui i miei interessi hanno iniziato a virare dalla fotografia sportiva a quella astronomica. Il tema del rumore nell'acquisizione delle immagini non è ovviamente una prerogativa dell'astrofotografia: per esempio, la fotografia sportiva, soprattutto quando praticata al coperto o nelle ore serali, è un genere che condivide alcune problematiche con l'astrofotografia, non tanto per la debole intensità luminosa dei soggetti, quanto piuttosto per la necessità di ridurre al minimo il tempo di esposizione (il risultato finale è perciò lo stesso: il segnale raccolto dal sensore è comunque scarso!).

Le prime due edizioni sono state pensate per il fotografo generalista. Lo scopo era quello di dimostrare che alcuni concetti (in primis, la sensibilità ISO) non sono affatto compresi dai fotografi in quello che è il loro vero significato, con un conseguente utilizzo improprio della strumentazione in loro possesso (per esempio la tendenza a sottoesporre piuttosto che ricorrere ad una sensibilità ISO più elevata, scelta quasi sempre scellerata).

A partire da questa terza edizione, ho però deciso di alzare l'asticella e focalizzare maggiormente l'attenzione sull'astrofotografia. Quest'ultima è un genere fotografico in cui le questioni legate al rumore rivestono una fondamentale importanza, in virtù del fatto che le esposizioni sono spesso estremamente lunghe (perlomeno in senso relativo, rispetto alla fotografia comune) e i soggetti estremamente deboli. La fotografia astronomica è dunque il più impegnativo banco di prova per chi si trova ad affrontare il tema del rumore nell'acquisizione di immagini.

Questo libro è pertanto indirizzato alla comunità degli astrofotografi, in particolare a coloro che trovano difficoltà nell'affrontare testi che non siano scritti in Italiano. Più in generale, il libro è rivolto a tutti coloro che sono interessati ad approfondire le ragioni fisiche che permettono di rispondere a domande come:

- *Come devono essere impostati gain e offset di una fotocamera?*
- *Come variano il rumore e il range dinamico di una fotocamera in funzione del gain o della sensibilità ISO impostata?*
- *Qual è il tempo di esposizione ideale? In alternativa, conviene utilizzare alti valori di gain con esposizioni corte o viceversa?*

Nel mondo dell'astrofotografia amatoriale, le risposte a domande come queste arrivano spesso da "formule" e "regole" apprese da varie fonti (libri, forum, blog, colleghi, ecc.) e altrettanto spesso utilizzate in modo acritico, un po' come recitare una poesia a memoria. Gli esempi più classici, nella fotografia generalistica, sono la regola "Sunny 16" e la regola dell'inverso della focale (per la quale, per non avere mosso, occorre usare un tempo di esposizione inferiore a 1/F, dove F è la focale dell'obiettivo usato). Quest'ultima, in particolare, era una buona approssimazione ai tempi della pellicola e dei primi sensori digitali, ma la progressiva diminuzione della dimensione dei pixel ha fatto sì che, per una moderna fotocamera, occorrano in realtà tempi ancora più rapidi (salvo i casi in cui è presente qualche forma di stabilizzazione).

Con questo libro non mi propongo dunque di elencare regole esistenti o di introdurne di nuove. Piuttosto, il mio obiettivo è quello di fornire al lettore le basi scientifiche che gli permetteranno di capire in che modo quelle regole sono nate e qual è il loro preciso ambito di applicazione.

Per esempio, è frequente leggere quanto sia conveniente l'utilizzo dello Unity Gain (ne parlerò ampiamente in questo libro). Tuttavia, non farò altrettanto: non tanto perché sia sbagliato in sé (al contrario, in molti casi è la scelta corretta), quanto piuttosto perché un consiglio siffatto non specifica quali sono i suoi limiti di applicazione e su quali motivazioni fisiche esso si basa. Piuttosto, è meglio spiegare la relazione tra gain e le altre variabili in gioco (rumore, range dinamico, ecc.) in modo che il lettore sia in grado di applicare quella conoscenza alla sua specifica situazione, determinando il gain più adatto sulla base della sua attrezzatura, delle condizioni del cielo e della tipologia di oggetto da riprendere.

Questo è lo snodo cruciale dal quale trae origine questo libro: la stragrande maggioranza dei fotografi (in senso lato) ha una scarsa conoscenza della fisica alla base del funzionamento delle fotocamere: l'elettronica dei sensori, l'ottica degli obiettivi, la matematica degli algoritmi utilizzati nelle fotocamere. E magari fosse finita qui! Molti fotografi si **compiacciono della loro ignoranza**, *sostenendo che la conoscenza di base sia inutile ai fini di praticare quella che considerano a tutti*

gli effetti una disciplina artistica. **Questi stessi fotografi rifuggono qualsiasi lettura di tipo tecnico-scientifico**, *incluso il manuale di istruzioni della loro fotocamera, quasi che la conoscenza dei principi primi di funzionamento della loro attrezzatura potesse inquinare la loro (spesso presunta) creatività e la loro visione (altrettanto spesso naif) del mondo. Questa visione "scienzo-fobica" della realtà è alquanto discutibile, basti pensare che la nascita della prospettiva in pittura è stata resa possibile dall'utilizzo di strumenti geometrici. A porre la basi di questa rivoluzione sono stati maestri dell'arte come Giotto, Brunelleschi, Piero della Francesca e Leonardo ("La prospettiva non è altro che sapere bene figurare lo ufizio dell'occhio"). Forse questi artisti sono stati limitati nella loro creatività dall'uso della geometria? O piuttosto non è stata la geometria stessa a costituire le fondamenta della loro creatività?*

Molti altri fotografi si fidano ciecamente delle raccomandazioni di "colleghi" famosi, senza alcuno spirito critico e senza nemmeno chiedersi entro quali limiti quelle raccomandazioni siano effettivamente applicabili. Ho semplicemente perso il conto di quante volte ho sentito dire, da fotografi anche famosi, che per la fotografia sportiva è sufficiente un tempo di esposizione di 1/500": un mito validissimo ai tempi della pellicola e della messa a fuoco manuale, un consiglio disastroso per una fotocamera moderna con un sensore ad altissima risoluzione. Eppure, basta applicare un minimo di geometria e di fisica per dimostrare che, in condizioni tipiche di utilizzo per la fotografia sportiva, l'esposizione deve essere almeno quattro volte, se non dieci volte, più corta!

L'ignoranza scientifica genera miti e leggende metropolitane. Affermazioni come: "Conviene utilizzare sempre la sensibilità ISO più bassa possibile"; "Il rumore sui sensori full frame è sempre inferiore a quello dei sensori più piccoli"; "Acquistare una fotocamera APS-C è sciocco!".

In tutti i miti c'è un fondo di verità. Ma solo chi conosce la teoria di base è in grado di distinguere quel fondo di verità in mezzo ad un autentico oceano di fake news.

Le novità della Versione 3: il focus è sull'astrofotografia

Come anticipato in precedenza, questa nuova edizione è particolarmente dedicata alla fotografia astronomica e alle fotocamere utilizzate per questo genere fotografico. I temi trattati nelle due versioni precedenti sono ancora presenti e sono comunque fruibili anche da chi si occupa

esclusivamente di fotografia paesaggistica o di ritratti. Gli ultimi capitoli sono però dedicati esclusivamente alla fotografia astronomica.

L'aspetto probabilmente più interessante, tra quelli discussi in questo libro, è la relazione tra i parametri operativi della fotocamera (in particolare la regolazione del **guadagno**, *noto ai fotografi anche come* **Sensibilità ISO***) e i conseguenti effetti sull'immagine acquisita, in termini di* **quantità e qualità del rumore** *(come avremo modo di vedere, alcune forme di rumore sono più benigne di altre).*

Più in dettaglio, i nuovi argomenti trattati in questa versione 3 riguardano:

- *La relazione tra la sensibilità ISO delle fotocamere commerciali e il* **gain** *delle camere astronomiche;*
- *La riduzione del rumore mediante stacking di esposizioni multiple;*
- *La valutazione della luminosità del cielo (inquinamento luminoso) e dell'impatto sull'esposizione e sul rapporto segnale rumore;*
- *Il calcolo del numero di fotoni incidenti su ciascun pixel;*
- *La durata ottimale dell'esposizione;*
- *La misurazione della dark current;*
- *La calibrazione delle immagini, in particolare mediante PixInsight.*

Questa edizione contiene un numero di equazioni molto superiore alle precedenti. Perché tanta matematica in un testo che, tutto sommato, parla di fotografia? Quella che presento in questo libro è una trattazione a tutti gli effetti scientifico e deve quindi essere possibile a chiunque ripercorrere tutti i passi che mi hanno portato a presentare una certa conclusione, verificando che non ci siano errori. Tuttavia, ho cercato di mantenere il livello di complessità al minimo indispensabile, di modo che almeno il 70% delle equazioni fosse alla portata di chiunque abbia frequentato la scuola media e il 90% a chi possiede un diploma.

Anzi, a differenza di molti testi tecnici, ho mantenuto uno stile piuttosto discorsivo e prolisso nel riportare tutti i passaggi che permettono di arrivare ad una data conclusione, proprio per facilitare il compito del lettore e permettergli di verificare (se interessato) tutti i passaggi.

Per quanto possibile, mi sono quindi prefisso l'obiettivo di iniziare dai principi primi della fisica e di ricavare il modello di funzionamento di un sensore di immagine. Per motivi di spazio ho dovuto

evidentemente dare per scontata la conoscenza di alcuni fondamenti di fisica e di matematica-statistica. Questi ultimi possono tuttavia essere semplicemente verificati sui libri di testo e anche mediante le comuni risorse online.

Il modello di sensore che presento è una semplificazione della realtà. Ho scelto di puntare ad un certo livello di approssimazione per non appesantire troppo la trattazione, sapendo però che il livello adottato è più che sufficiente a fornire risultati sostanzialmente corretti nella stragrande maggioranza dei casi applicativi.

CCD o CMOS?

Sebbene i sensori CCD siano tuttora i più utilizzati per la fotografia astronomia, la tecnologia CMOS sta iniziando ad offrire alternative molto interessanti a livelli di prezzi decisamente competitivi. Se poi si considera che molti astrofotografi utilizzano fotocamere reflex (DSLR) per le riprese e che il 100% di queste fotocamere si basa su un sensore CMOS, sembra sensato focalizzare l'analisi proprio su quest'ultima tecnologia, fermo restando il fatto che la maggior parte dei temi trattati si applica indifferentemente ad entrambe le tecnologie. Laddove sia necessario, evidenzierò le eventuali differenze.

Perché questo libro è gratis

Questo libro è a sfondo scientifico e la scienza è fondamentalmente open-source. I successi scientifici e tecnologici degli ultimi anni sono correlati al fatto che le conoscenze scientifiche sono liberamente disponibili a tutti. Anzi, la potenza del metodo scientifico risiede proprio nel fatto che chiunque può verificare, e potenzialmente dimostrare, la fallacità di una qualsiasi teoria scientifica. Il progresso è dovuto al fatto che è possibile riutilizzare le scoperte e le idee di chi ci ha preceduto. L'esistenza stessa di questo libro è stata resa possibile dal fatto che io abbia potuto accedere a un vasto corpo di conoscenze (scuola, università, libri, risorse online, condivisione da parte di altri appassionati) in modo gratuito, o quasi. In questo contesto, questo libro è il mio modo di contribuire alla diffusione della conoscenza, rendendo in modo gratuito quanto ho preso in prestito gratuitamente da altre fonti.

D'altra parte, chiunque abbia provato a scrivere un libro (compresa la tesi di laurea) sa quanto tempo e quanto impegno sono richiesti per mettere assieme oltre 250 pagine e le relative immagini. ***Pertanto, se qualcuno trovasse utile questo libro e volesse offrirmi una birra o un aperitivo, può farlo con una donazione PayPal direttamente sul mio sito****:*

http://www.alessiobeltrame.com/segnale-rumore-e-calibrazione/

I termini "open source" e "gratis" si riferiscono però alla licenza d'uso, non alla proprietà intellettuale di questo libro, che non viene affatto ceduta. Questi termini non implicano in alcun modo che sia possibile utilizzare testi e immagini qui contenute per scopi che non siano puramente personali, tantomeno disporre della possibilità di "distribuire" ad altri il contenuto del libro. In caso di dubbio vi invito a leggere attentamente il successivo paragrafo Copyright & Disclaimer.

Chi sono

Mi chiamo Alessio Beltrame, sono nato a Udine nel 1966 e vivo a Mortegliano, 15 Km a sud di Udine. Matematica e fisica sono sempre state due delle mie materie preferite, per cui la laurea in Ingegneria è stata una logica conseguenza. Essendo sempre stato affascinato dai computer, ed avendo vissuto in prima persona la nascita dell'informatica "personale", i PC mi hanno affiancato fin dai primi anni '80. Non a caso, sono entrato nel mondo del lavoro come programmatore, salvo poi approdare alla professione di Ingegnere d'Offerta (Proposal Engineer).

Nonostante il mio background sia prettamente tecnico/scientifico, ho sempre avuto un grande interesse per l'arte, in particolare per quella figurativa. Disegnare e dipingere sono però attività che mi sono del tutto aliene: faccio parte di quella categoria di persone che non riescono in nessun modo a trasferire sulla carta le immagini che si formano nel proprio cervello.

La fotografia ha quindi suscitato il mio interesse fin da piccolo: l'etimologia del termine significa appunto "dipingere con la luce" (piuttosto che con le mani ed il pennello). Si tratta dello strumento perfetto per chi come me vorrebbe creare immagini, pur non possedendo la manualità per farlo.

Da ragazzo però esisteva solo la fotografia "analogica", ovvero quella su pellicola. Era una limitazione di non poco contro per un principiante: ogni foto scattata aveva un costo non irrilevante e associare il suono dell'otturatore alle Lire spese (a quei tempi non c'era l'Euro!) era davvero scoraggiante. L'avvento del digitale ha cambiato tutto: oggi il costo di una foto è, a tutti gli effetti pratici, zero. Siamo invogliati a fotografare tantissimo e soprattutto a sperimentare, perché l'unica cosa che abbiamo da perdere è il nostro tempo.

Dopo aver usato in azienda una fotocamera digitale (da 0.3 Mpixel!) una quindicina d'anni fa, ho finalmente acquistato la prima compatta nel 2004. Successivamente è arrivata una bridge ed infine, quando il mio stipendio lo ha permesso, ho compiuto il grande balzo verso le reflex e gli obiettivi di qualità.

Durante questo percorso ho studiato parecchio e mi sono avvicinato un po' a tutti i generi. Tuttavia, mi dedico principalmente alla fotografia sportiva e a quella astronomica, due generi che mettono a durissima prova le conoscenze tecniche ed i limiti delle apparecchiature usate.

Copyright e Disclaimer

Tutto il materiale presente in questo libro, inclusi testi, fotografie ed illustrazioni, è protetto da copyright. La riproduzione e la distribuzione in qualsiasi forma e con qualsiasi tecnologia del contenuto di questo libro, anche in forma parziale, è espressamente vietata, fatti salvi i casi previsti dalla Legge ed eventuali accordi scritti con l'autore.

***Questo libro è concesso in licenza d'uso gratuito per uso strettamente personale e non commerciale. Qualsiasi utilizzo a fini di lucro necessita di una licenza di tipo commerciale, da concordare con l'autore**. È ammesso il libero utilizzo agli studenti e docenti delle scuole statali e di tutti gli istituti scolastici o parascolastici con retta gratuita. Tutti gli altri utilizzi sono regolati dalla Legge sul diritto d'autore (Legge 22/04/1941 n° 633).*

*È espressamente vietata la copia e la diffusione, in tutto o in parte e con qualsiasi supporto (cartaceo o elettronico) di questo libro. **Le uniche copie legali sono quelle scaricate dai siti con dominio**:*

alessiobeltrame.com *oppure*
abfotocalcio.com

Qualsiasi copia che sia stata ottenuta in modo diverso, come stampa o file elettronico, distribuita con qualsivoglia supporto o meccanismo tecnologico, deve essere considerata illegale e quindi il suo utilizzo e detenzione è sanzionato a termini di legge.

È consentito a quanti hanno scaricato questo libro in modo lecito di effettuare copie personali e/o stampe, al fine di poterlo utilizzare su più dispositivi elettronici ovvero in forma cartacea, fatte salve le limitazioni di cui sopra.

È consentito (e gradito) condividere un link al sito dell'autore e/o alla pagina di download, ma è tassativamente vietato il cosiddetto "hot linking" (un link diretto al file PDF che costituisce questo libro e non alla pagina di download). I tentativi di hot linking sono costantemente monitorati.

Chiunque abbia trovato interessante questo libro è incoraggiato a consigliarlo ad altri lettori.

Tutti i marchi citati in questo libro, anche laddove non esplicitamente espresso, sono di proprietà dei rispettivi produttori. Nessuno dei Produttori dei dispositivi/programmi menzionati ha fornito supporto diretto o indiretto o qualsivoglia forma di sponsorizzazione alla realizzazione di questo libro.

Tutte le foto e le immagini presenti in questo libro sono state realizzate dall'autore e la loro riproduzione è riservata.

Revisione 3.2 – Giugno 2018

© 2018 | Alessio Beltrame | Riproduzione riservata

CAPITOLO 1
COME FUNZIONA UNA FOTOCAMERA

Per comprendere la relazione tra il segnale ripreso da una fotocamera e il rumore presente nella immagine da essa prodotta, è fondamentale disporre di una conoscenza di base del funzionamento della fotocamera stessa. Mi sembra quindi opportuno iniziare questo libro con una rapida descrizione dei blocchi funzionali che compongono una fotocamera e dei principi primi che ne regolano il funzionamento.

Ma prima ancora di parlare di hardware, è bene introdurre la vera protagonista principale di questo libro: la luce.

Che cos'è la luce

Per secoli si è dibattuto sulla natura della luce: da un lato i sostenitori dell'ipotesi corpuscolare (la luce è un flusso di particelle), dall'altro i fautori della teoria ondulatoria (la luce è un'onda). Il trionfo di Maxwell e delle sue celebri equazioni, nella seconda metà dell'800, sembrava aver chiuso il discorso a favore della teoria ondulatoria, ma ben presto ci si rese conto che alcuni fatti rimanevano senza spiegazione.

Per prima cosa, si immaginava che un'onda dovesse per forza essere associata ad una sostanza in grado di vibrare (così come le onde del mare sono una perturbazione dell'acqua). Tale sostanza, denominata *etere luminifero*, avrebbe dovuto però avere caratteristiche molto

peculiari (essere allo stesso tempo più rigida dell'acciaio e talmente tenue da non provocare attrito nei corpi che si muovevano al suo interno). L'etere avrebbe dovuto essere ovunque, eppure tutti i tentativi di rilevarlo fallivano miseramente.

Un altro fenomeno che non trovava spiegazione era l'**effetto fotoelettrico**: si tratta dell'emissione di elettroni da parte della superficie di alcuni materiali quando sono colpiti dalla luce. Ci si potrebbe aspettare che, colpendo la superficie del materiale con una luce di forte intensità, l'energia cinetica degli elettroni rilasciati sia molto alta. In realtà non è così: aumentando l'intensità della luce, l'energia cinetica degli elettroni emessi rimane la stessa, ma aumenta il loro numero. Al contrario, se al posto di luce visibile si utilizzano gli ultravioletti, l'energia cinetica aumenta, anche se la sorgente di "luce" è molto debole. **In sintesi, l'energia cinetica degli elettroni emessi è inversamente proporzionale alla lunghezza d'onda della luce incidente, mentre il loro numero è direttamente proporzionale all'intensità della luce incidente**.

L'effetto fotoelettrico venne infine spiegato da Einstein nel 1905, con un articolo che gli valse il Nobel nel 1921. Con un altro articolo del 1905, lo stesso Einstein pose fine anche alla questione dell'etere, proponendo una teoria in cui l'etere semplicemente non esiste e la velocità della luce è una costante uguale per tutti gli osservatori, indipendentemente dal loro moto relativo: si tratta della teoria della **relatività ristretta**.

Negli anni immediatamente successivi furono gettate le basi per la meccanica quantistica ed in particolare per l**'elettrodinamica quantistica (o QED per Quantum Electro-Dynamics)**, la parte della meccanica quantistica che descrive le interazioni tra elettroni e fotoni ed è sostanzialmente in grado di spiegare tutto ciò che succede nel nostro universo, ad eccezione della sola gravità, delle reazioni nucleari e della radioattività.

Descrivere in modo rigoroso la natura della luce richiederebbe quindi un'escursione nel campo dell'elettrodinamica quantistica, argomento che va ben al di là degli scopi di questo libro[1]. Per i nostri scopi, è sufficiente sapere che **la luce si comporta in taluni casi come un'onda, in altri casi come un flusso di particelle**. Per certi versi, le vecchie teorie erano entrambe corrette e

[1] Per un'introduzione alla portata di tutti, consiglio la lettura di "QED. La strana teoria della luce e della materia" di Richard Feynman, uno dei miei "eroi" nel mondo della fisica, Nobel nel 1965 e straordinario insegnante e divulgatore.

non a caso si parla di dualismo onda-particella. Ognuna di esse può essere considerata un'approssimazione della QED in alcuni ambiti specifici.

In particolare, la teoria ondulatoria della luce è utile quando si analizza il funzionamento delle ottiche (lenti o specchi che siano) e dell'eventuale diaframma, in particolare quando si affrontano problematiche come la **diffrazione, l'aberrazione cromatica, l'astigmatismo, la coma e le altre aberrazioni prodotte dai sistemi ottici**.

Quando invece si analizza il funzionamento dei sensori, ed in particolare il rumore nell'acquisizione dell'immagine, possiamo senz'altro considerare la luce come **un flusso di particelle discrete, dette fotoni.**

Conversione fotoni → elettroni

L'acquisizione di un'immagine mediante un sensore CMOS o CCD si basa sull'assorbimento della luce da parte della superficie del sensore e sulla conseguente generazione di un segnale elettrico. Si tratta di un'applicazione dell'**effetto fotoelettrico**, menzionato in precedenza.

L'assorbimento di un fotone (quanto, o "particella", di luce) da parte di un elettrone ne modifica lo stato energetico, consentendogli di muoversi liberamente all'interno del semiconduttore. In precedenza, ho anticipato che l'effetto fotoelettrico è caratterizzato da due proprietà fondamentali:

- L'energia acquisita dagli elettroni è inversamente proporzionale alla lunghezza d'onda della luce indicente, ma in nessun modo dalla sua intensità;
- Al contrario, il numero di elettroni liberati è direttamente proporzionale all'intensità della luce incidente.

Siccome gli elettroni di un atomo di silicio hanno bisogno di una ben precisa quantità di energia per liberarsi dai vincoli che li legano al nucleo, mediante la prima proprietà si può dedurre che per liberare un elettrone serve un fotone con una lunghezza d'onda piuttosto corta. Per fortuna, la luce visibile (e anche il vicino infrarosso) soddisfano questo criterio.

La seconda proprietà ci dice che **il numero di elettroni liberati sarà direttamente proporzionale all'intensità della luce incidente**. Infatti, l'intensità della luce dipende dal numero di fotoni.

Esprimendo questo concetto in altri termini, possiamo affermare che il funzionamento di un sensore di immagine è LINEARE.

All'interno di ciascun pixel, gli elettroni liberi vengono intrappolati in un cosiddetto pozzo - o buca - di potenziale **(potential well, o semplicemente well)**, che li mantiene vincolati all'interno del pixel stesso. Possiamo visualizzare mentalmente questo pozzo come un secchiello che raccoglie l'acqua piovana. Non è importante sapere in che modo questo pozzo sia realizzato, quanto comprendere che esiste un numero massimo di elettroni che possono essere contenuti al suo interno (fino ad un limite di circa 2000 elettroni per micron quadrato di superficie del sensore). Questo numero viene detto **Full Well Capacity** e riveste un ruolo di primaria importanza per quanto riguarda il rapporto segnale/rumore e il range dinamico delle immagini che si possono ottenere.

L'accumulo di elettroni all'interno del well produce una differenza di potenziale direttamente proporzionale al numero di elettroni intrappolati. **Questa tensione è dunque direttamente proporzionale all'intensità della luce raccolta dall'obiettivo e al tempo di esposizione.** Per dare un'idea delle grandezze in gioco, nel sensore KAF-8300 (uno dei più popolari sensori CCD per astrofotografia) si produce una tensione di 23 μV/e-, ovvero 23 milionesimi di Volt per ogni elettrone liberato (da qui in avanti, utilizzerò la convenzione di indicare con e- un elettrone). In altre parole, ai capi di un pixel completamente saturo è presente una differenza di potenziale di circa mezzo Volt.

Lo schema a blocchi di una fotocamera

In Figura 1 è rappresentato l'intero processo di acquisizione dell'immagine. Come abbiamo appena visto, la luce viene catturata dal sensore e, all'interno di ciascun pixel, si produce una tensione elettrica che viene amplificata, moltiplicandola per una costante (strettamente legata

al Gain della fotocamera, o alla sensibilità ISO nel caso di una fotocamera per uso generale, come vedremo in seguito). L'uscita dell'amplificatore viene sommata ad una tensione costante detta Offset (sulla quale tornerò in seguito) ed infine inviata ad un convertitore analogico/digitale (ADC), il quale produce come risultato un numero intero. Nel gergo tecnico si dice che questo numero è espresso in **ADU** (Analog Digital Units), ma qualche autore preferisce il termine **DN** (Data Numbers). Usare uno o l'altro è indifferente, basta sapere che si tratta di semplici numeri interi.

Nell'intero processo entrano quindi in gioco diversi fattori, alcuni regolabili dall'utente (come il Gain e l'Offset), altri dipendenti dalle caratteristiche costruttive della fotocamera, altri ancora dall'ambiente circostante (il calore che agisce sul sensore, generando rumore termico – questo sarà l'argomento di uno dei prossimi capitoli).

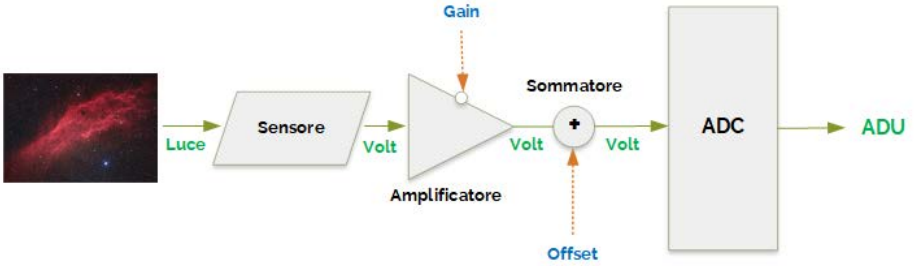


Figura 1 - Schematizzazione del processo di misurazione della luce

In precedenza, abbiamo visto che il funzionamento del sensore è lineare. Il concetto di linearità può essere esteso anche al resto dei componenti e **pertanto considererò l'intera fotocamera come un dispositivo lineare**.

In termini rigorosi la linearità viene espressa nel seguente modo. Dette $ADU(S_1)$ e $ADU(S_2)$ le letture prodotte dalla fotocamera in corrispondenza dei segnali S_1 e S_2, dette k_1 e k_2 due costanti si ha linearità quando:

Eq. 1 $$ADU(k_1S_1 + k_2S_2) = k_1ADU(S_1) + k_2ADU(S_2)$$

La linearità dei sensori di immagine è un aspetto fondamentale della fotografia astronomica, come avremo modo di vedere più avanti.

CAPITOLO 2
CHE COS'È UNA FOTOGRAFIA DIGITALE

Dopo aver introdotto il principio di funzionamento di una fotocamera, è opportuno spendere due parole sulla natura di una fotografia digitale.

Abbiamo visto che una fotocamera non è altro che uno strumento che misura la luce incidente sulla superficie del sensore. Quest'ultima è suddivisa in numerosi quadrati, detti pixel, per ognuno dei quali viene effettuata una misurazione individuale.

Immagini monocromatiche

Supponendo per un attimo di utilizzare una fotocamera monocromatica, possiamo affermare che questa misurazione assegna ad ogni pixel un numero, proporzionale all'intensità della luce incidente su di esso. Questo numero avrà un valore compreso tra zero e un valore massimo, che dipende dalle caratteristiche della fotocamera:

- Per una fotocamera a 8 bit, il numero varia da 0 a 255;
- Per una fotocamera a 12 bit, il numero varia da 0 a 4095;
- Per una fotocamera a 14 bit, il numero varia da 0 a 16383;
- Per una fotocamera a 16 bit, il numero varia da 0 a 65535.

Una fotografia digitale in bianco e nero non è altro che una tabella di questo tipo:

…	…	…	…	…	…
…	192	255	128	155	…
…	192	160	183	128	…
…	151	90	64	255	…
…	…	…	…	…	…

Figura 2 - Una fotografia digitale è una tabella di numeri interi

Immagini a colori: il filtro Bayer

Una delle verità più nascoste ai fotografi è che il silicio di cui sono fatti i sensori di immagine è sostanzialmente incapace di distinguere i colori. Gli elettroni all'interno degli atomi di silicio possono essere eccitati da fotoni di lunghezza d'onda (colore!) diversa e quindi essere raccolti nel well (vedere CAPITOLO 1). Tuttavia, tutti gli elettroni nel well sono identici, indipendentemente dal colore del fotone dal quale sono stati eccitati. In buona sostanza, il silicio "vede" in bianco e nero.

Per ottenere un'immagine a colori si ricorre ad un artificio tecnico, ideato da Bayer: il sensore viene diviso in una specie di scacchiera e ad ogni pixel viene associato un filtro colorato, che lascia passare il solo colore rosso, oppure il solo verde o il solo blu.

In Figura 3 ho rappresentato una porzione di sensore. Il quadrato bianco punteggiato rappresenta una zona di 4 pixel con due filtri verdi, uno rosso e uno blu. Il motivo per cui il verde è presente due volte è che in questa zona dello spettro luminoso i nostri occhi sono più sensibili ai dettagli.

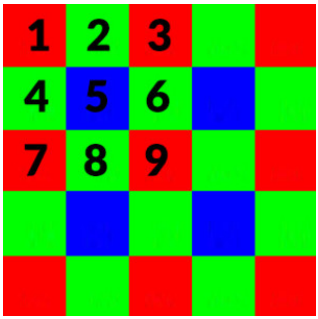


Figura 3 - Filtro di Bayer applicato ad un sensore di immagine

L'introduzione di questo filtro comporta il fatto che il 25% dei pixel "vede" solo il rosso, il 50% solo il verde e l'ultimo 25% solo il blu. Questo aspetto ha una notevole conseguenza in astrofotografia, come vedremo più avanti. Consideriamo per esempio la foto riportata in Figura 5, il campanile e il duomo del mio paese di residenza.

Se analizziamo il file RAW (i dati rilevati dal sensore, senza alcuna elaborazione), separatamente per ciascuno dei tre canali RGB (rosso, verde e blu) otteniamo il risultato di Figura 4.

Figura 4 - Contenuto dei 3 canali nel file RAW dell'immagine precedente

A questa dimensione l'effetto "mosaico" si percepisce appena. Ma ingrandendo l'immagine, con i 3 canali contemporaneamente visibili (Figura 6), si nota qualcosa di interessante: ci sono pixel rossi, verdi e blu, ma nessuna combinazione di essi (non ci sono bianchi, gialli, magenta, ciani oltre alle loro varie sfumature).

Il pattern all'interno dell'immagine riflette esattamente quello del filtro Bayer, come d'altra parte sarebbe lecito attendersi.

Figura 5 - Esempio di immagine realizzata con una fotocamera a colori con filtro Bayer

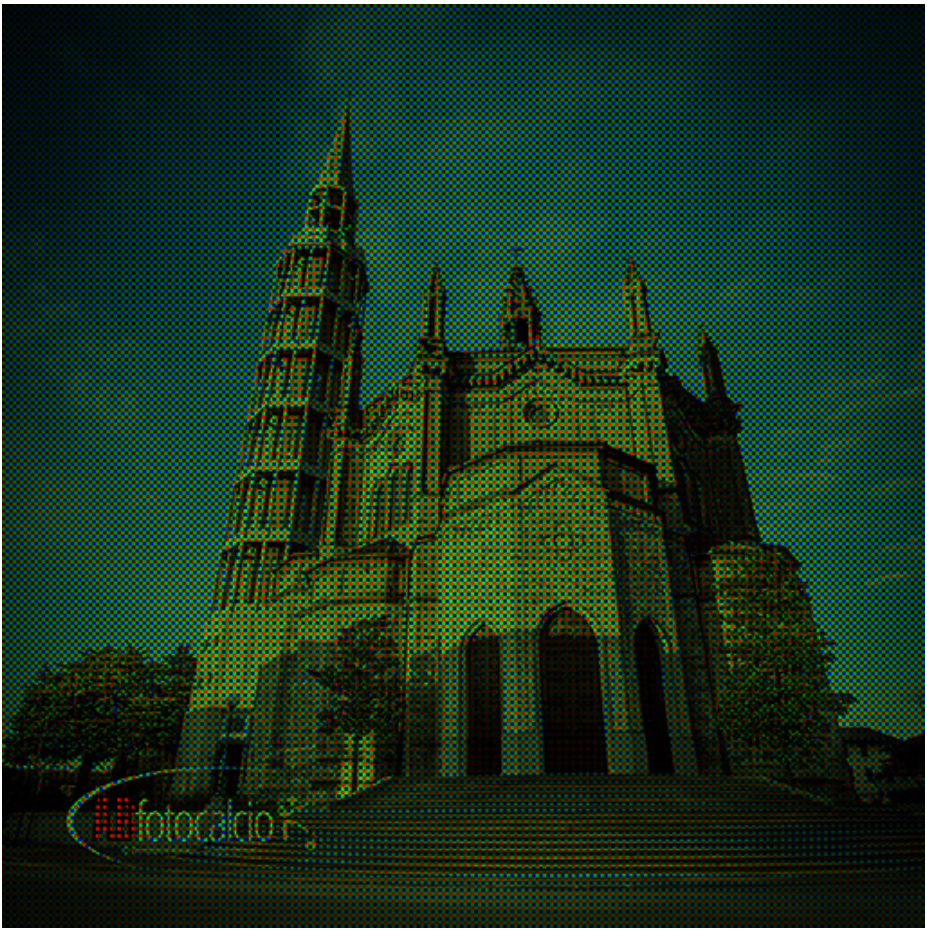


Figura 6 - File RAW con i canali RGB visibili contemporaneamente

Se ingrandiamo ulteriormente l'immagine (Figura 7), l'effetto è ancora più evidente. Più che a una fotografia, l'immagine assomiglia ad un mosaico, come se essa fosse stata ottenuta avvicinando quadratini di colore predefinito.

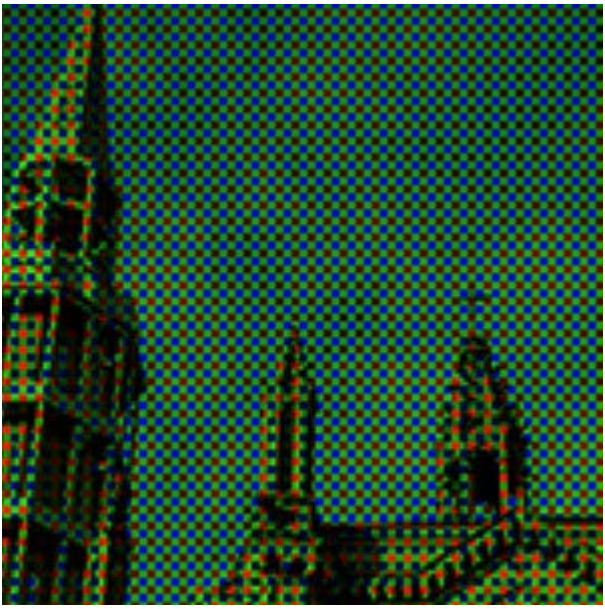


Figura 7 - Con un ulteriore ingrandimento, il mosaico si evidenzia ancora più chiaramente

Come mai allora nelle nostre immagini i pixel possono avere un colore qualsiasi? La risposta sta in un processo di interpolazione, chiamato (non a caso!) **demosaicizzazione**, che consiste nell'attribuire il colore mancante in un pixel compiendo una specie di "media" sui pixel adiacenti.

Se consideriamo i pixel da 1 a 9 in Figura 8, le informazioni sul rosso sono presenti solo nei pixel 1, 3, 7 e 9, mentre nei rimanenti pixel 2, 4, 5, 6 e 8 le informazioni sul rosso non sono presenti.

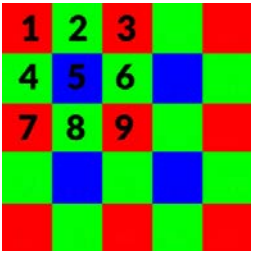


Figura 8 - La numerazione dei pixel utilizzati nei calcoli di demosaicizzazione riportati nel testo

Come possiamo ricostruire le informazioni mancanti? Un metodo semplice è quello di calcolare la media tra pixel adiacenti a quello in esame. Per esempio, possiamo calcolare il rosso nel pixel 2 mediante la media del valore nei pixel 1 e 3, sommando i relativi valori e dividendo per 2, operazione che possiamo scrivere in questo modo (indicherò con R_i il dato per il colore rosso del pixel <i>):

Eq. 2 $$R_2 = \frac{R_1+R_2}{2}$$

Un calcolo analogo si applica anche ai pixel 4 (media di 1 e 7), 8 (media di 7 e 9) e 6 (media di 3 e 9). Nel caso del pixel 5 possiamo ricorrere alla media dei 4 pixel adiacenti 1, 3, 7 e 9 (si sommano i quattro valori e si divide per quattro):

Eq. 3 $$R_5 = \frac{R_1+R_3+R_7+R_9}{4}$$

La stessa operazione si applica poi ai colori verde e blu fino a quando viene assegnato a ciascun pixel una terna di valori (uno per il rosso, uno per il verde e uno per blu).

Questo metodo di interpolazione viene chiamata **bilineare** ed è in assoluto la più semplice. Tuttavia, essa presenta problemi nelle zone a forte contrasto ed in particolare sui bordi netti, dove può dar luogo a varie tipologie di artefatti, come perdita di nitidezza, comparsa di falsi colori, aliasing, ecc. Pertanto, i software di "sviluppo" (conversione dei file RAW) più sofisticati utilizzano algoritmi più sofisticati.

Un metodo alternativo di realizzare un sensore a colori è quello introdotto con la tecnologia Foveon. Questa tecnologia sfrutta il fatto che i fotoni vengono assorbiti dal silicio a profondità leggermente diverse. In particolare, i fotoni corrispondenti al rosso vengono assorbiti solitamente ad una profondità superiore (in altri termini, i primi strati del sensore risultano quasi trasparenti alla luce rossa), mentre i fotoni corrispondenti alla luce blu vengono assorbiti tipicamente negli strati più superficiali. Un tipico pixel Foveon è rappresentato schematicamente nella Figura 9.

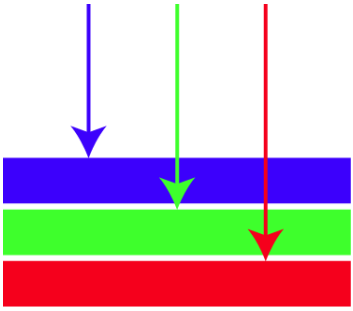


Figura 9 - Struttura del pixel di un sensore Foveon

Il fatto di non richiedere un filtro Bayer è sicuramente vantaggioso, non solo in termini di efficienza nella conversione della luce in segnali elettrici, ma anche dal punto di vista della risoluzione dell'immagine. Purtroppo, i sensori Foveon attualmente disponibili funzionano bene solo in condizioni di luce abbondante, pertanto non trovano applicazione in astrofotografia.

In generale, le fotocamere in grado di produrre un'immagine a colori vengono dette **One Shot Color (OSC)**. Possiamo assumere che fotocamera OSC sia sinonimo di fotocamera con filtro Bayer.

Rappresentazione dei dati in un'immagine a colori

A questo punto abbiamo gli strumenti per capire in che modo vengono memorizzati i dati di una fotografia a colori. La rappresentazione è molto simile a quella della fotografia monocromatica, tuttavia ogni pixel è associato a tre numeri (uno per il colore rosso, uno per il verde e uno per il blu) piuttosto che a un singolo numero.

…	…	…	…	…	…
…	192 192 192	255 255 255	255 192 0	255 0 0	…
…	160 130 210	128 12 84	0 255 0	0 255 192	…
…	27 6 66	0 0 255	64 64 64	255 255 255	…
…	…	…	…	…	…

Figura 10 - Rappresentazione di un'immagine digitale a colori

I file di immagine sono tabelle

Un file di immagine, monocromatica o a colori che sia, non è dunque altro che una tabella simile a quelle che ho riportato in precedenza. Il file contiene generalmente un'intestazione con alcune informazioni (metadati) a proposito dell'immagine in esso contenuta (larghezza, altezza, ecc.), seguita dai valori misurati in ciascun pixel: in pratica la tabella viene "serializzata", ovvero viene scritta nel file partendo dalla prima cella in alto a destra, scorrendo l'intera prima riga, per poi passare al primo elemento a sinistra della seconda riga, scorrendo per l'intera seconda riga e così via, fino al raggiungimento dell'ultima riga.

Il rumore nelle immagini

Supponiamo ora di fotografare una superficie uniforme, per esempio un cartoncino grigio di quelli utilizzati per la calibrazione del bianco. Tornando per semplicità all'esempio

monocromatico, se non ci fosse alcun tipo di rumore, tutti i pixel avrebbero un valore pari a quello del grigio medio (Figura 11).

…	…	…	…	…	…
…	128	128	128	128	…
…	128	128	128	128	…
…	128	128	128	128	…
…	…	…	…	…	…

Figura 11 - Immagine in presenza di un segnale ideale (privo di rumore)

In realtà, come vedremo, il rumore non può essere mai eliminato. Pertanto, nella nostra immagine saranno presenti pixel il cui valore non è quello atteso (Figura 12), ma leggermente diverso in senso positivo (verde) o negativo (rosso).

…	…	…	…	…	…
…	128	140	124	127	…
…	128	128	131	115	…
…	98	128	128	133	…
…	…	…	…	…	…

Figura 12 - Immagine reale (il rumore aumenta o diminuisce il valore teorico dei pixel)

Possiamo notare che la maggior parte dei pixel si distribuisce attorno al valore atteso, con scostamenti minimi. Man mano che ci si allontana dal valore atteso, il numero di pixel aventi

quel valore diminuisce. Come vedremo, sarà proprio questa variabilità attorno al valore atteso a permetterci di definire il concetto di rumore e di misurarne l'entità.

In generale, possiamo distinguere tra rumore monocromatico o di luminanza, quando a variare è la luminosità dei pixel (nel caso di immagini a colori, tutti i 3 numeri che rappresentano un pixel vengono alterati allo stesso modo), e rumore cromatico, quando la variazione riguarda il colore (in questo caso l'alterazione delle 3 componenti di un pixel è diversa per ciascuna di esse).

In Figura 13 le 3 bande rappresentano, dall'alto verso il basso, un segnale ideale privo di rumore, un rumore monocromatico sommato al segnale, un rumore cromatico sommato al segnale. Gli strumenti di Adobe Camera Raw e Lightroom di Riduzione disturbo Luminanza e Colori vanno ad agire separatamente proprio su queste due componenti del rumore. Anche PixInsight mette a dispsizione strumenti di riduzione del rumore che possono agire in modo diverso su luminanza e crominanza, per esempio ACDNR e TGVDenoise.

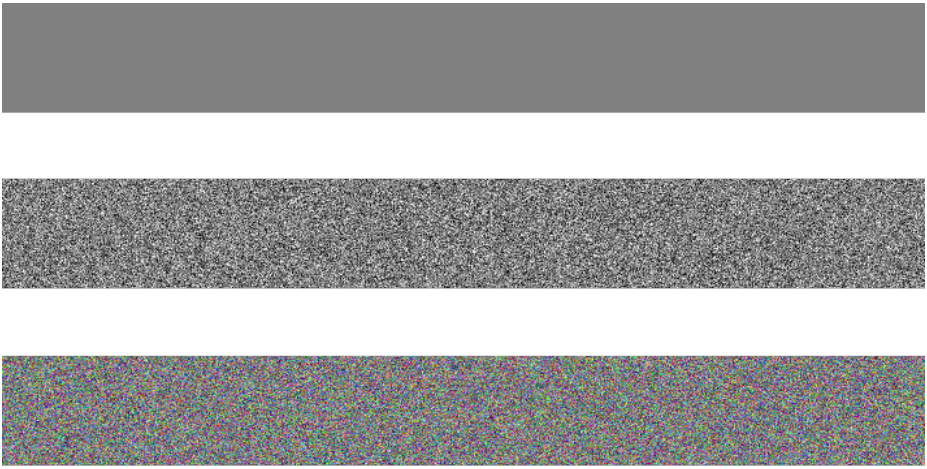


Figura 13 - Segnale ideale (alto), segnale con rumore monocromatico (centro), segnale con rumore cromatico (basso)

Da un punto di vista strettamente visivo, il nostro cervello riconosce molto più efficacemente il rumore di tipo cromatico. D'altra parte, il riconoscimento dei dettagli e della nitidezza opera per lo più nel campo della luminanza.

Per questo motivo, in post produzione è buona norma essere più aggressivi nella rimozione del rumore cromatico. Al contrario, il rumore di luminanza va trattato con cautela, in quanto un utilizzo eccessivo della riduzione del rumore di questo tipo comporta spesso una spiacevole perdita di nitidezza.

CAPITOLO 3
I CONCETTI DI RUMORE E DI SNR

Nel capitolo precedente abbiamo visto che, da un punto di vista formale, scattare una fotografia significa effettuare una misurazione della luce proveniente dal soggetto fotografato e incidente sul sensore della fotocamera.

Nell'ambito della misurazione di un segnale, si definisce **rumore** qualsiasi segnale estraneo che si sovrappone al segnale che si vuole misurare e che **non può essere distinto da esso con metodi deterministici**. Per esempio, quando si pesa una cassetta di frutta, il peso della cassetta vuota (la tara) non è rumore, in quanto è possibile (e semplice) pesare la cassetta vuota e sottrarne il valore dal peso lordo. Ben altra cosa è sopprimere gli effetti sulla pesata di tipo casuale e dovuti alle variazioni di temperatura, alla presenza di campi elettromagnetici, alle vibrazioni, ecc. Non a caso, quando si vuole ottenere una misurazione accurata si ricorre spesso alla ripetizione della misura e al calcolo della media dei risultati ottenuti, un concetto che ritroveremo nel CAPITOLO 8 e che costituisce il metodo principale per limitare l'incidenza del rumore (e del conseguente errore di misura) dovuto a cause aleatorie.

In generale, possiamo dire che il rumore si somma al segnale in senso **algebrico** e quindi, per ogni dato istante, può aumentarne o diminuirne il livello. Infatti, in un dispositivo elettronico il rumore si presenta come una tensione, che può essere positiva o negativa e che va quindi a sommarsi o a sottrarsi al segnale elettrico.

Questo concetto si può apprezzare nel grafico di Figura 14 (segnale originale in blu, rumore in rosso, somma di segnale e rumore in verde).

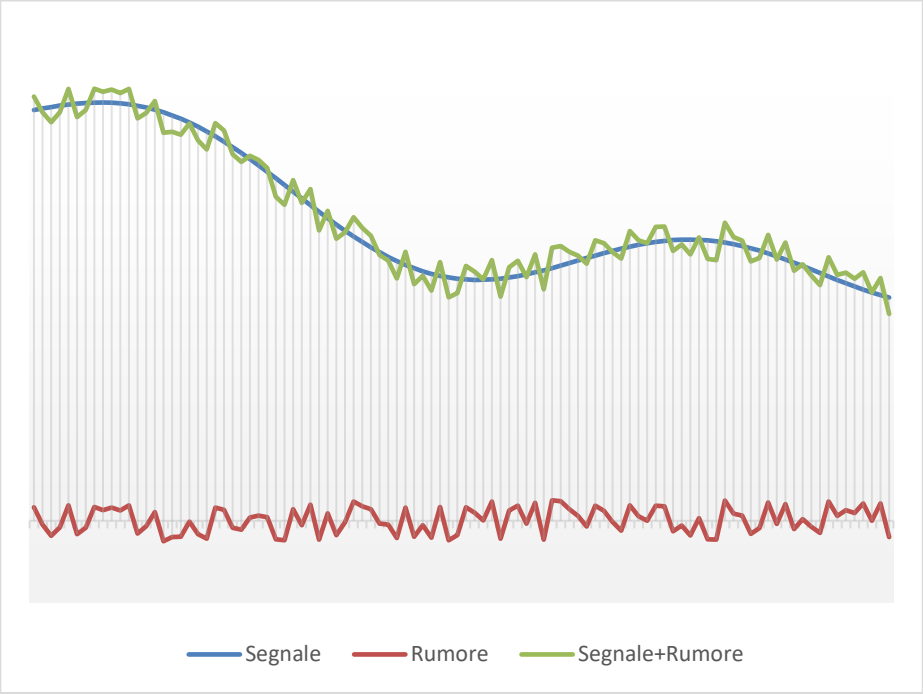


Figura 14 - Segnale (blu), rumore (rosso - positivo e negativo), output del sistema (verde)

Da un punto di vista strettamente qualitativo, ciò che influisce negativamente sulla qualità di un'immagine non è tanto la **quantità assoluta** di rumore presente al suo interno, quanto il rapporto tra il segnale e il rumore. Questa affermazione trova immediata conferma nella vita di tutti i giorni: dal punto di vista fotografico, è sufficiente osservare una fotografia per rendersi conto del fatto che il rumore risulta maggiormente visibile in corrispondenza delle ombre (livello del segnale basso), mentre è sostanzialmente impercettibile nelle zone caratterizzate dalla presenza di luci elevate (livello del segnale molto alto).

Un esempio analogo riguarda l'ascolto di un brano musicale: il fruscio di un disco in vinile oppure il ronzio dovuto all'interferenza dell'alimentazione di rete sono maggiormente udibili quando il livello del segnale è basso, mentre diventa assai difficile percepirli quando sono sovrapposti ad un segnale elevato, per esempio un pieno orchestrale. Il modo migliore di identificare l'incidenza del rumore sul segnale e di valutarne gli effetti visivi è dunque quello di

calcolare il **rapporto segnale/rumore**, convenzionalmente identificato dalla sigla **SNR** (Signal to Noise Ratio). Detto **S** il segnale e **N** il rumore, il rapporto segnale/rumore è quindi dato da:

Eq. 4 $$SNR = \frac{S}{N}$$

Nell'ambito della fotografia:

- un SNR pari a 90-100 è considerato eccellente;
- un SNR attorno a 60 è buono;
- Valori di SNR inferiori a 10 conferiscono all'immagine un aspetto mediocre;
- Un SNR pari a 1 indica un'immagine in cui il rumore è indistinguibile dal segnale e quindi fondamentalmente priva di informazioni.

In alcune applicazioni elettroniche, ma soprattutto nel mondo audio, il rapporto segnale/rumore viene espresso in **decibel**, nel qual caso si calcola in questo modo:

Eq. 5 $$SNR = 20\,log\,\frac{S}{N}\ [dB]$$

Per i fotografi può essere conveniente ragionare in termini di **stop** e quindi esprimere il SNR in questo modo:

Eq. 6 $$SNR = log_2\,\frac{S}{N} = \frac{log\frac{S}{N}}{log\,2}\ [stop]$$

Si può dunque parlare di un eccellente rapporto segnale/rumore quando esso si attesta attorno ai 40 dB o ai 6-7 stop, mentre il risultato sarà mediocre con SNR inferiore a 20 dB o a 3 stop.

CAPITOLO 4
IL SEGNALE

Nel CAPITOLO 3 ho fornito la definizione di rapporto segnale/rumore e ho indicato in esso una misura della qualità tecnica di una fotografia.

Per definizione, il rapporto segnale/rumore può essere incrementato in due modi: aumentando il segnale o diminuendo il rumore. In questo capitolo mi occuperò della prima opzione.

Supponiamo che il sensore della fotocamera sia colpito da un flusso luminoso Φ definito come tra numero di fotoni per unità di tempo e di area (maggiore è il flusso, maggiore è l'intensità luminosa che percepiamo). Per semplicità, consideriamo che il flusso sia omogeneo, perlomeno in ciascuna area di dimensioni pari o superiori a quelle di un singolo pixel. Detto t il tempo di esposizione, L la dimensione del pixel (lato del quadrato), il numero F di fotoni che colpiscono un pixel per unità di tempo è dato semplicemente da:

Eq. 7 $$F = \Phi\, L^2\, t$$

Non tutti i fotoni producono il passaggio di un elettrone in banda di conduzione; il rapporto tra elettroni liberati E e fotoni incidenti F è detto Efficienza Quantistica Q_e e vale:

Eq. 8 $$Q_e = \frac{E}{F}$$

Oppure, in alternativa, si può scrivere:

Eq. 9 $$E = Q_e F$$

Per una data esposizione, di durata pari a t secondi, il segnale S_e espresso in elettroni vale:

Eq. 10 $$S_e = Q_e F = Q_e \Phi L^2 t$$

Questa relazione si riferisce al caso ideale in cui non si hanno perdite dovute all'atmosfera e all'ottica (telescopio o obiettivo fotografico) utilizzato. In realtà, una parte dei fotoni provenienti dal soggetto fotografato viene assorbita dall'atmosfera e un'altra parte viene assorbita dall'ottica (per i rifrattori: a causa del coefficiente di trasmissione inferiore a 1 – per i riflettori: a causa del coefficiente di riflessione inferiore a 1). Se indichiamo con K_a e K_o la frazione di fotoni assorbiti rispettivamente dall'atmosfera e dall'ottica, possiamo definire un fattore di efficienza ottica in questo modo:

Eq. 11 $$\eta_o = (1 - K_a)(1 - K_o)$$

A questo punto possiamo riscrivere l'espressione del segnale in elettroni in modo più preciso come:

Eq. 12 $$S_e = \eta_o Q_e \Phi L^2 t$$

Questa relazione è valida fintanto che il numero di elettroni non raggiunge la Full Well Capacity (FWC), che ho descritto nel CAPITOLO 2. Ricordo brevemente che la FWC è il numero massimo di elettroni che possono essere liberati in un singolo pixel.

Per una data fotocamera:

- L'efficienza quantistica Q_e e la dimensione del pixel L sono parametri fissi, legati alla tecnologia costruttiva della fotocamera.
- Il flusso luminoso Φ dipende solo dal soggetto che si sta fotografando e dal diametro dell'obiettivo.
- L'efficienza ottica è una caratteristica intrinseca dell'atmosfera e dell'ottica utilizzata.

Pertanto, fissati il soggetto, le condizioni dell'atmosfera e la strumentazione utilizzata, possiamo concludere che:

L'unico modo di aumentare il segnale è quello di aumentare il tempo di esposizione. Anticipazione: aumentare la sensibilità ISO (reflex) o il Gain (fotocamere astronomiche) NON FA AUMENTARE IL SEGNALE MISURATO! Cambia solo la sua rappresentazione numerica.

È un po' come misurare la massa di un corpo in grammi piuttosto che in chilogrammi: il risultato è diverso, ma la massa del corpo è sempre la stessa!

Vedremo più avanti che cambiare la sensibilità ISO/il Gain invece ha profondi effetti sul rapporto segnale/rumore e sul range dinamico, ma non sulla quantità di fotoni catturati. L'unica alternativa per aumentare il segnale, oltre ad un incremento del tempo di esposizione, per è quella di aumentare la superficie di raccolta, vale a dire la superficie dell'obiettivo.

Supponiamo di realizzare una serie di esposizioni di una scena statica mantenendo fisso il diametro dell'obiettivo. Quello che può variare, ai fini del livello del segnale prodotto dal sensore, è dunque solo il tempo di esposizione ed il segnale dipenderà in modo lineare da esso, sulla base della Eq. 12. Se rappresentiamo graficamente l'andamento del segnale in funzione del tempo di esposizione otteniamo qualcosa di simile a quanto rappresentato in Figura 15.

Il segnale aumenta proporzionalmente al tempo di esposizione, ma quando il numero di elettroni liberati raggiunge la Full Well Capacity il segnale non può aumentare oltre. Si raggiunge quindi la saturazione del pixel e si ottiene quella che, a rigore, è detta sovraesposizione.

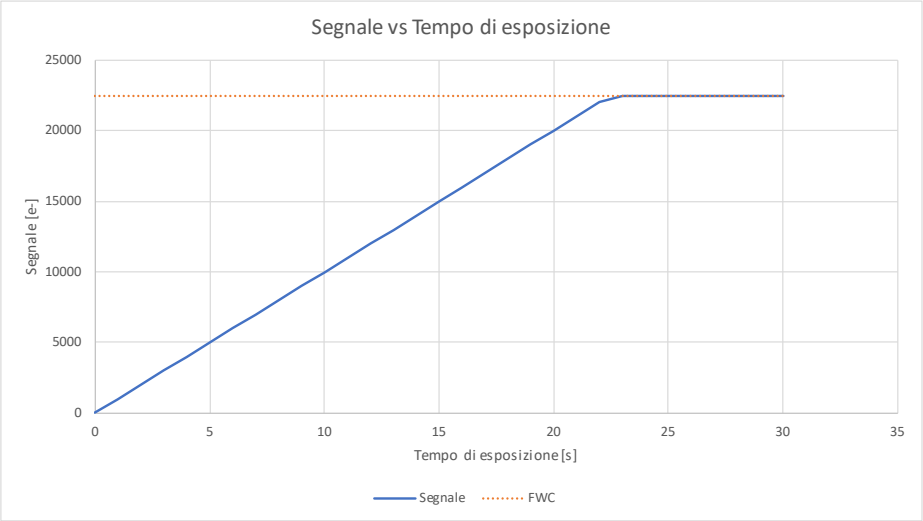


Figura 15 - Segnale vs Tempo di esposizione

Altri modi per aumentare il segnale

La formula per il segnale della Eq. 12 è costituita dal prodotto di cinque fattori, pertanto il segnale può essere incrementato aumentando uno o più di questi fattori. Abbiamo già analizzato l'effetto del tempo di esposizione, per cui ci rimangono altre quattro opzioni:

- **Aumentare l'efficienza quantistica Qe**; quest'ultima dipende sostanzialmente solo dalla tecnologia del sensore, ovvero dalle sue caratteristiche fisiche. I valori tipici per le fotocamere attualmente in commercio vanno dal 40% al 60%, con picchi attorno all'80%-90% e pertanto il margine di incremento è tutto sommato limitato. Occorre inoltre considerare che l'aumento dell'efficienza quantistica comporta spesso un peggioramento del rumore termico.
- **Aumentare il lato del pixel L**: un pixel più grande raccoglie più luce e quindi più segnale. Ma se la dimensione del sensore è fissata, pixel più grandi significano minore risoluzione. Per contro, a parità di risoluzione, pixel più grandi comportano

sensori più grandi e più costosi. Di conseguenza, sarà necessaria anche un'ottica decisamente più raffinata e ben corretta su un diametro maggiore.

- **Aumentare il flusso Φ** : ovviamente non è possibile modificare le caratteristiche del soggetto fotografato. Quello che si può fare è aumentare il diametro dell'obiettivo in modo da convogliare più luce verso il sensore. Più avanti vedremo che, in funzione di come vogliamo riprendere il soggetto, dovremo aumentare il diametro effettivo oppure il rapporto focale.
- **Aumentare l'efficienza ottica**: per quanto riguarda l'atmosfera c'è poco da fare, se non recarsi in località con elevata trasparenza dell'aria e confidare in una buona serata. Per quanto riguarda lenti e specchi, nella maggior parte dei casi il coefficiente di trasmissione/riflessione è molto prossimo a 1 e quindi eventuali miglioramenti sono marginali.

Altre perdite di segnale

In realtà, oltre ai suddetti parametri occorre tenere presente una serie di "perdite" che si verificano nel percorso ottico che va dalla pupilla di uscita dell'ottica fino alla superficie attiva del sensore.

Le perdite sono dovute essenzialmente alle seguenti ragioni:

- Non tutta la superficie del pixel è sensibile alla luce; parte di questa superficie è occupata da transistor e tracce di collegamento;
- Al di sopra di ciascun pixel è presente una micro-lente che assorbe parte della luce (non è totalmente trasparente);
- I filtri Bayer, IR/UV e Anti-Aliasing comportano un'ulteriore perdita dovuta alla loro non perfetta trasparenza.

Analizziamo ora in maggiore dettaglio ciascuna di queste problematiche.

Tecnologia APS e area attiva del pixel

La prima causa di perdita di segnale è dovuta al fatto che la superficie di un pixel non è "attiva" al 100%, soprattutto per i sensori CMOS. La maggior parte di questi ultimi è infatti di tipo APS (Active Pixel Sensor), ad indicare che ogni singolo pixel comprende una propria circuiteria di amplificazione e di controllo. Generalmente sono presenti almeno 3 transistor, anche se design più elaborati possono prevederne un quarto. Sulla superficie del pixel sono inoltre presenti le piste che creano le connessioni elettriche tra la zona attiva, i transistor e la circuiteria di controllo e conversione analogico/digitale del sensore.

La Figura 16 è una rappresentazione idealizzata di un pixel, ma che rende comunque l'idea della sua struttura; la zona color arancione rappresenta la parte attiva. L'immagine comprende anche la micro-lente e il filtro Bayer, mentre non sono rappresentati i filtri IR/UV e AA; questi elementi verranno descritti a breve.

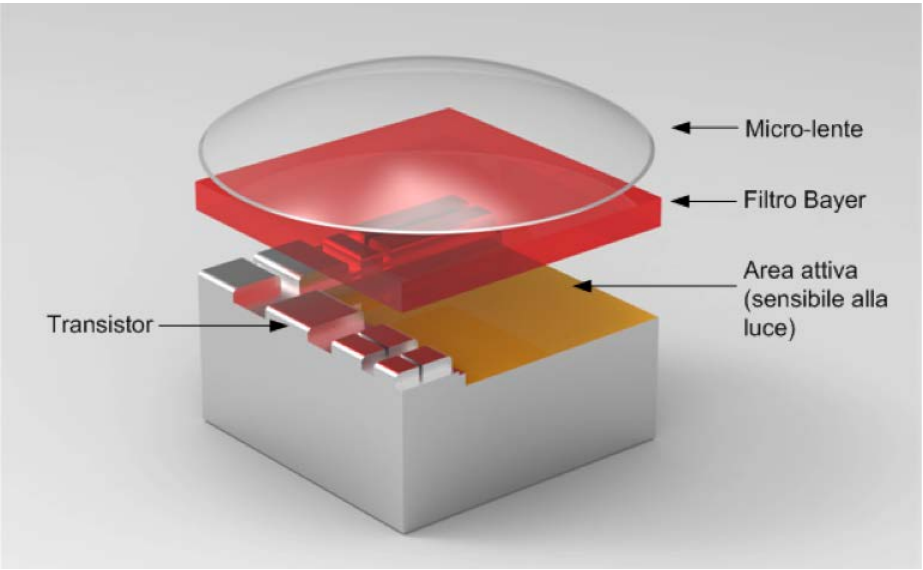


Figura 16 - Schematizzazione della struttura di un pixel

Ridurre la dimensione delle tracce e dei transistor consente ovviamente di aumentare la dimensione dell'area dedicata alla raccolta della luce, a tutto vantaggio del segnale.

Una delle possibili tecniche per massimizzare l'efficienza del sensore è quella di utilizzare un lato del sensore stesso per le connessioni ed i transistor e l'altro lato per la conversione dei fotoni incidenti in elettroni liberi. Questi sensori sono detti BSI (Back Side Illuminated) in quanto la luce arriva sul lato "posteriore" del sensore. Ciò consente ovviamente di massimizzare la superficie utile, ma occorre considerare che con le normali tecniche costruttive dei semiconduttori non è possibile realizzare dei collegamenti più profondi di alcuni micron. Lo stesso sensore deve quindi avere questo spessore, il che richiede lavorazioni speciali di alta precisione ed elevata fragilità, soprattutto se le dimensioni sono quelle comunemente utilizzate nelle fotocamere. Per questi motivi, la tecnologia BSI è stata finora impiegata solo in sensori di piccole dimensioni, come quelli utilizzati negli smartphone, anche se esistono esempi di sensori BSI di dimensione APS-C.

Un metodo alternativo di raccogliere più luce sull'area attiva consiste nell'impiego di micro-lenti poste sopra ciascun pixel (vedi Figura 16). Queste micro-lenti non fanno altro che collimare la luce proveniente dall'obiettivo, indirizzandola verso la zona del pixel sensibile alla luce.

Come qualsiasi superficie trasparente, anche queste micro-lenti non lasciano passare la luce al 100%. È chiaro però che aumentare la loro trasparenza dal 90% al 95%, per fare un esempio, consente di aumentare il livello del segnale di quasi il 6%.

Filtri IR/UV

Il processo sopra descritto funziona solo con fotoni di una determinata lunghezza d'onda (colore). Una trattazione esaustiva richiederebbe di prendere in considerazione i principi alla base della meccanica quantistica, ma per i nostri scopi basta sapere che i sensori CCD/CMOS sono in grado di generare elettroni liberi quando sono colpiti da "luce" (più precisamente radiazione elettromagnetica) di lunghezza d'onda indicativamente compresa tra i 200 nm (ultravioletto) e i 1000 nm (infrarosso).

Senza ulteriori misure, i sensori produrrebbero quindi un segnale dovuto non solo alla luce visibile, ma anche alla radiazione elettromagnetica presente oltre i limiti dello spettro visibile. Nella fotografia classica ciò è ovviamente controproducente, in quanto si formerebbero

immagini ben diverse da quelle che possiamo osservare con i nostri occhi (la luce visibile ha lunghezze d'onda comprese tra i 390 nm del violetto ai 700 nm del rosso più intenso).

Per questo motivo, i sensori sono quasi sempre dotati di filtri che lasciano passare la sola luce visibile, impedendo il passaggio degli ultravioletti (UV) e degli infrarossi (IR). Questi ultimi costituiscono il problema maggiore, in quanto il vetro ottico presente negli obiettivi fotografici e nei rifrattori è spesso opaco agli ultravioletti e pertanto questi ultimi arrivano al sensore già considerevolmente attenuati.

La presenza dei filtri IR/UV produce ovviamente una perdita, in quanto essi non saranno mai trasparenti al 100% rispetto alla luce visibile.

Filtro AA e filtro Bayer

Il filtro Anti-Aliasing serve ad evitare che si manifesti l'effetto moiré quando vengono fotografate scene che presentano dettagli di dimensioni comparabili con quelle dei pixel. Del filtro Bayer per le fotocamere OSC ho discusso nel CAPITOLO 3.

In entrambi i casi, la presenza del filtro comporta un certo grado di perdita per la non perfetta trasparenza.

L'utilizzo di un filtro Bayer rende la fotografia (astronomica e non) molto più pratica, ma come vedremo più avanti, le prestazioni saranno sempre inferiori a quelle di un'equivalente fotocamera monocromatica.

CAPITOLO 5

LA NATURA DELLA LUCE E IL RUMORE INTRINSECO

Nel CAPITOLO 1 ho fornito una descrizione sommaria della luce e ho affermato che, dal punto di vista dell'acquisizione delle immagini, essa può essere considerata come un flusso di particelle dette fotoni. Possiamo immaginare che i fotoni siano come gocce di pioggia che si raccolgono su una superficie (il sensore di immagine della fotocamera), come in Figura 17.

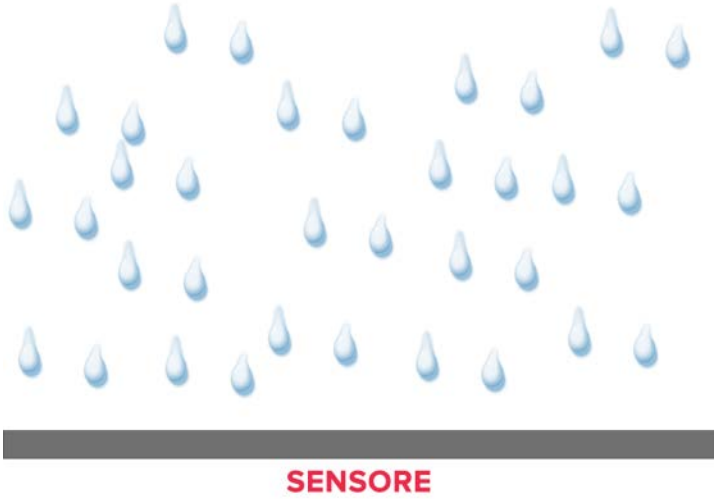


Figura 17 - Analogia tra la luce (vista come flusso di particelle) e la pioggia su una superficie

Uno dei concetti fondamentali della meccanica quantistica è che qualsiasi evento, compresa l'emissione o l'assorbimento di un fotone, risponde a leggi di tipo **statistico, piuttosto che deterministico**. Pertanto, proprio come le gocce di pioggia, i fotoni arrivano sulla superficie del sensore in modo **assolutamente casuale**: alcuni punti dell'asfalto riceveranno diverse gocce, altri punti soltanto poche gocce e qualche punto non riceverà alcuna goccia. Pochi secondi dopo che è iniziato a piovere, guardando la superficie bagnata dall'alto potremmo vedere qualcosa di simile a quanto riportato in Figura 18.

Se l'immagine di Figura 18 vi ricorda il rumore che spesso si vede in una fotografia, avete compiuto il primo passo per rendervi conto che una parte (spesso maggioritaria) del rumore che caratterizza un'immagine non nasce all'interno della fotocamera, ma dipende dalla natura stessa della luce!

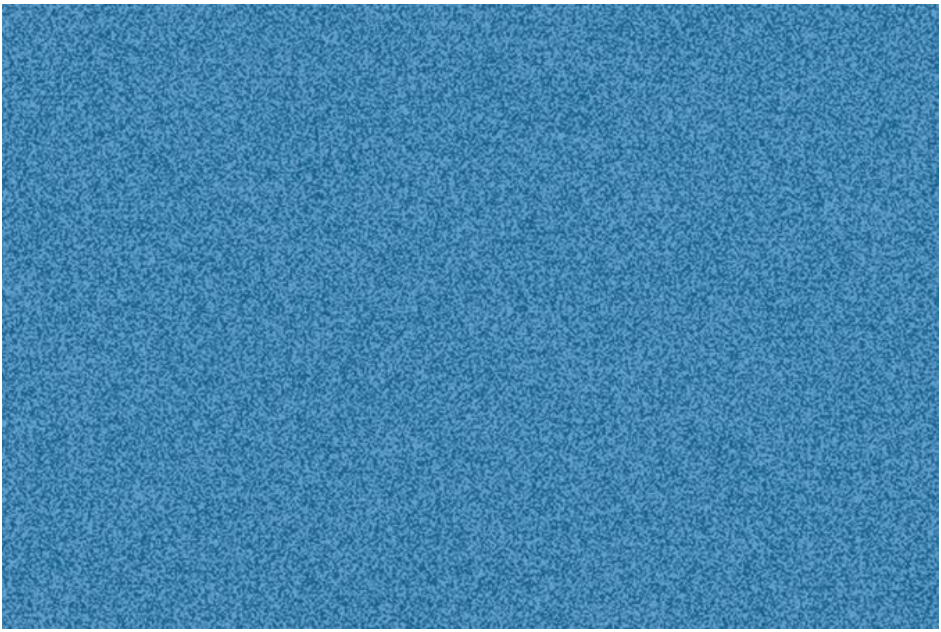


Figura 18 - Il risultato di una breve esposizione: la superficie non è esposta in modo uniforme

L'acqua si è depositata sulla superficie, **ma non in modo uniforme**. Alcuni punti della superficie sono decisamente blu (a rappresentare le zone che hanno ricevuto più gocce d'acqua e sono completamente bagnati), altri sono grigio scuro e rappresentano i punti in cui non è caduta alcuna goccia, altri ancora sono in una condizione intermedia.

Proseguendo con l'analogia, è ovvio che, dopo un tempo relativamente lungo (a rigore, infinito), tutta la superficie sarebbe uniformemente bagnata, come in Figura 19.

Figura 19 - Quando l'esposizione è molto lunga (o l'intensità della luce elevata) la superficie viene esposta uniformemente

La luce si comporta esattamente allo stesso modo con i sensori delle fotocamere. **Anche se si sta fotografando un fondale di colore uniforme** (per esempio un cartoncino grigio per la calibrazione del bianco), illuminato da una sorgente luminosa perfettamente costante, **il numero di fotoni che colpiscono un dato pixel sarà solitamente diverso dal numero di fotoni che colpiscono i pixel adiacenti nel corso della stessa esposizione** (avremo dunque una disuniformità spaziale). Se consideriamo un singolo pixel, **nel primo secondo di esposizione**

questo pixel riceverà un numero di fotoni generalmente diverso da quello ricevuto nel corso del secondo o del terzo secondo (disuniformità temporale).

Ciò è dovuto al fatto che i fotoni arrivano sul sensore in modo casuale e non ha nulla a che vedere con la qualità del sensore. Questa forma di rumore è quindi intrinsecamente legata al segnale e mai eliminabile.

Non di rado capita di imbattersi in reazioni incredule di fronte a questo fatto. La nostra esperienza ci racconta qualcosa di completamente diverso: se guardiamo un muro bianco lo vediamo perfettamente uniforme, ma si tratta di un'illusione dovuta al fatto che i nostri occhi e il nostro sistema nervoso non sono progettati per cogliere la discontinuità degli stimoli luminosi.

Più precisamente, si sa dagli anni '40 dello scorso secolo che i bastoncelli dei nostri occhi possono rilevare un "flash" costituito da soli 5-7 fotoni (vedi Hecht, S.; Shlar, S.; Pirenne, M.H in Bibliografia). Di recente è stato dimostrato che un bastoncello può rilevare anche un singolo fotone (Tinsley J.N. et al. In Bibliografia). Questo non vuol dire però che il nostro sistema centrale sia progettato per "contare" i singoli fotoni. È del tutto probabile, al contrario, che il nostro cervello sia predisposto per filtrare la discontinuità, così come accade per molte altre distrazioni visive che, altrimenti, finirebbero per sovraccaricare il cervello senza peraltro fornire alcun vantaggio competitivo dal punto di vista evoluzionistico. In fondo, per i nostri antenati arboricoli era sicuramente fondamentale distinguere un predatore in mezzo alla vegetazione della savana, molto meno rendersi conto della natura quantistica della luce.

È altresì ovvio che quest'ultima possa essere scambiata per una radiazione continua quando osserviamo un soggetto al sole, considerato che quest'ultimo bombarda ogni metro quadro di superficie terreste con circa mille miliardi di miliardi di fotoni al secondo (10^{21}). Eppure, anche in una fotografia diurna, se si considera il singolo pixel il numero di fotoni può scendere di parecchio. Basta infatti tenere contro di un'esposizione breve (1/1000"), di una superficie di raccolta ben più piccola di un metro quadrato (per uno smartphone potrebbe essere anche un centomillesimo di tale valore), del fatto che la luce si distribuisce su (per esempio) dieci milioni di pixel ed infine del fatto che le zone in ombra possono raccogliere anche solo un millesimo della luce emessa dal sole (e riflessa dall'ambiente circostante) per concludere che un singolo pixel potrebbe raccogliere solamente un migliaio di fotoni.

Il rumore dovuto alla natura quantistica della luce, che potremmo chiamare **rumore intrinseco,** è universalmente noto come **Shot Noise.** In seguito, lo indicherò con N_i, ad evidenziare la sua natura intrinseca al segnale, piuttosto che dovuta alle imperfezioni dello strumento di misura (il sensore).

CAPITOLO 6
QUANTIFICARE IL RUMORE

Come abbiamo visto nel CAPITOLO 4, il rumore è di fatto uno scostamento rispetto al segnale che vogliamo misurare. Si tratta di una definizione di tipo qualitativo, ma per i nostri scopi è necessario qualcosa di più accurato, ovvero un metodo per esprimere in forma quantitativa e precisa il rumore presente in un'immagine.

La misura del rumore

Ipotizziamo di fotografare una superficie di colore uniforme, per esempio un cartoncino grigio calibrato, come quelli utilizzati per la calibrazione del bianco in fotografia. Supponiamo per un istante di trascurare le informazioni cromatiche, lavorando in scala di grigi. In condizioni ideali ci aspetteremmo che ogni pixel dell'immagine così prodotta avesse lo stesso valore numerico, per esempio 128 (il numero che rappresenta il grigio medio in un'immagine a 8 bit, per esempio un file JPEG). Se tutti i pixel hanno il valore 128, anche la media del valore dei pixel sarà pari a 128.

In assenza di rumore prodotto dal sensore e trascurando lo shot noise, l'istogramma si ridurrebbe ad una linea verticale posta al centro dell'istogramma stesso (Figura 20).

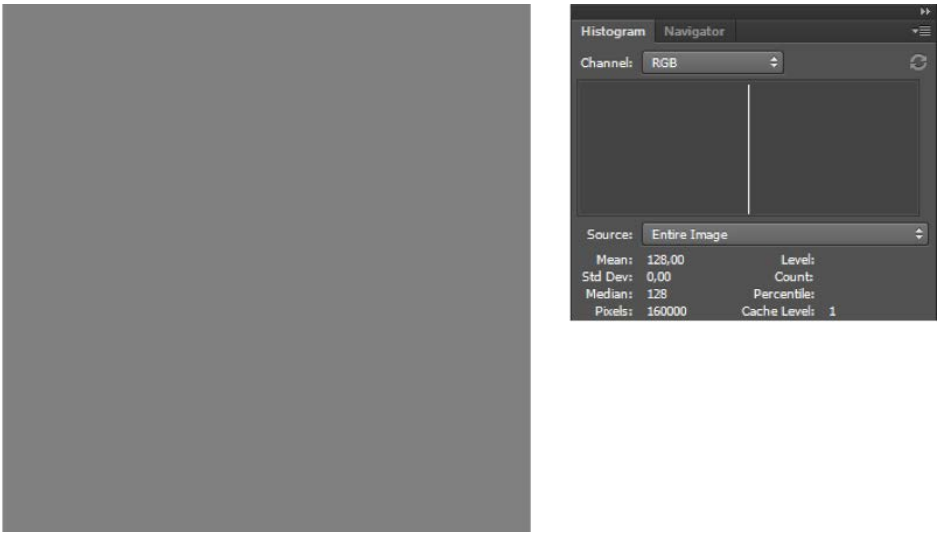
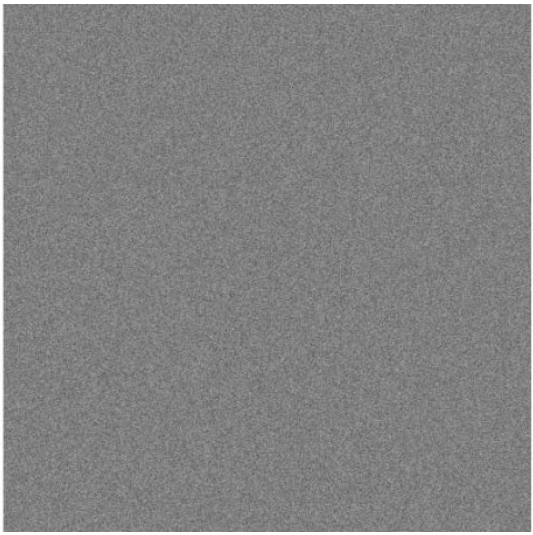


Figura 20 - Fotografia di una superficie uniforme e relativo istogramma in un caso ideale

Nel mondo reale, l'immagine catturata dal sensore avrà un valore medio pari a 128 o molto prossimo ad esso. Tuttavia, a causa del rumore, alcuni pixel avranno valori inferiori a 128 ed altri valori superiori a 128.

L'istogramma cambierà di conseguenza, assumendo la classica forma a campana che denota una distribuzione di tipo **casuale** (Figura 21). Il picco dell'istogramma coincide con la media calcolata su tutti i pixel (e con il segnale misurato). Più ci si allontana da questo picco, minore è il numero di pixel aventi quel valore. Possiamo interpretare l'istogramma anche come una curva che descrive la probabilità che un pixel assuma un dato valore: la probabilità sarà massima in prossimità della media e tenderà a zero man mano che ci si allontana da essa.

Se il rumore aumenta rispetto al caso precedente, il corrispondente istogramma si allarga (Figura 22). Ne possiamo dedurre che **l'ampiezza dell'istogramma costituisce la misura della quantità di rumore presente in un'immagine che rappresenta una superficie perfettamente omogenea.**



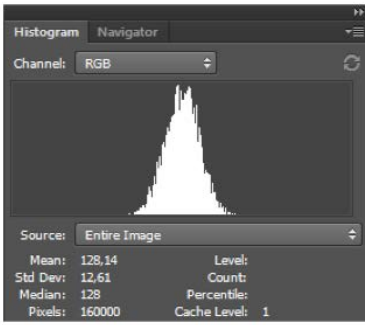
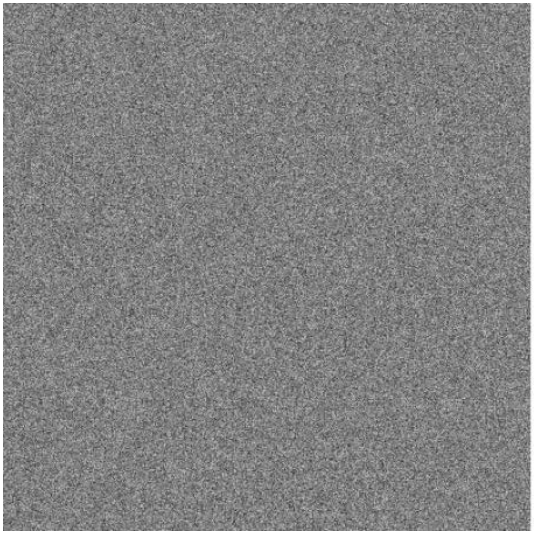


Figura 21 - Istogramma nel caso di rumore di ridotta entità



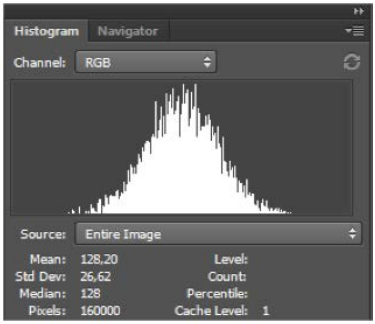


Figura 22 - Istogramma nel caso di rumore di maggiore entità

Esiste un parametro statistico che esprime esattamente l'ampiezza di una distribuzione: si tratta della **deviazione standard (o scarto quadratico medio)**, che si indica con la lettera greca σ (sigma minuscolo). Da un punto di vista formale, la deviazione standard è definita da:

Eq. 13 $$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \frac{(x_i - x_m)^2}{N}}$$

dove x_i è il valore del pixel i-esimo, x_m è la media dei valori dei pixel e N il numero di pixel che compongono l'immagine.

La deviazione standard di un'immagine costituisce pertanto la misura del rumore in essa presente.

Molte applicazioni grafiche sono in grado di calcolare la deviazione standard di un'immagine. Anche Photoshop può effettuare questo calcolo: la deviazione standard e altri dati statistici sono presentati sotto l'istogramma, selezionando la modalità Vista Espansa (nella versione Inglese l'abbreviazione è *StdDev*; attenzione: Photoshop lavora su una propria rappresentazione interna dei dati, non sui dati RAW; pertanto le informazioni fornite da Photoshop valgono solo come approssimazione molto grezza e a patto che l'immagine non sia stata in alcun modo alterata).

In Figura 20, Figura 21, Figura 22 ho utilizzato questa funzione di Photoshop per determinare la deviazione standard, che vale rispettivamente 0, 12.61 e 26.62.

Ovviamente, la deviazione standard rappresenta in modo rigoroso il rumore solamente nel caso di immagini ottenute fotografando superfici perfettamente uniformi: **è il caso dei Flat Frame, dei Bias Frame e dei Dark Frame**[2] (sui quali tornerò più avanti).

[2] *Dark e Bias frame sono realizzati con tappo applicato alla fotocamera, il quale costituisce di fatto una superficie uniforme, i Flat frame sono, per definizione, la fotografia di una superficie uniforme.*

Come si somma il rumore

La deviazione standard gode di un'importante proprietà, che possiamo esprimere in questo modo:

Eq. 14 $$\sigma^2(k_1x_1 + k_2x_2 + \cdots + k_nx_n) = k_1^2\sigma^2(x_1) + k_2^2\sigma^2(x_2) + \cdots + k_n^2\,\sigma^2(x_n)$$

in cui le x_i sono variabili indipendenti, mentre le k_i sono costanti. Nel nostro contesto, le variabili x_i rappresentano altrettante sorgenti di rumore. Ignoriamo per il momento le costanti k, ipotizzando che esse siano tutte uguali a uno.

Ne consegue che se esistono k sorgenti di rumore (N_1, N_2, … N_k), il rumore totale N_T è dato dalla relazione:

Eq. 15 $$N_T^2 = N_1^2 + N_2^2 + \cdots + N_k^2$$

ovvero **il rumore si somma in modo quadratico**; si può anche scrivere:

Eq. 16 $$N_T = \sqrt{N_1^2 + N_2^2 + \cdots + N_k^2}$$

Questa relazione sarà fondamentale nel seguito di questo libro. Vorrei pertanto invitare tutti i lettori a tenerla presente e a portata di mano.

Un'altra formula che verrà spesso usata è quella relativa alla differenza di due immagini (l'immagine ottenuta sottraendo pixel per pixel un'immagine da una seconda immagine). Poiché nella Eq. 14 i k_i sono elevati al quadrato, ne consegue che il rumore è sempre additivo, anche quando si effettua una sottrazione:

Eq. 17 $$\sigma(A - B)^2 = \sigma(A)^2 + \sigma(B)^2 \rightarrow \; N_T = \sqrt{N_A^2 + N_B^2}$$

Pertanto, sottraendo un'immagine da un'altra si **aumenta** il rumore piuttosto che diminuirlo.

CAPITOLO 7

IL MURO DELLO SHOT NOISE

Abbiamo visto nel CAPITOLO 5 che l'arrivo dei fotoni è un evento casuale e discreto. A questo tipo di fenomeni si applica una specifica distribuzione statistica, detta **Distribuzione di Poisson**. Non è importante conoscere i dettagli di questa distribuzione, che può essere approssimata con la ben più nota distribuzione Gaussiana (la classica curva a campana) quando è applicata ad un numero molto elevato di variabili.

Il fatto importante, ai fini della nostra discussione sul rumore, è che la distribuzione di Poisson gode di una notevole proprietà: **la deviazione standard è pari alla radice quadrata del valore atteso (cioè della media)**.

Dato allora un segnale S, lo shot noise N_i ad esso associato può essere ricavato mediante la seguente relazione:

Eq. 18 $$N_i = \sigma(S) = \sqrt{S}$$

Per ciascun pixel che compone l'immagine, l'entità dello shot noise è pari alla radice quadrata del segnale captato da quel pixel.

Possiamo notare che, **all'aumentare del segnale, aumenta anche lo shot noise**, un fatto apparentemente paradossale. L'esperienza comune è infatti quella di osservare una maggior

quantità di rumore nei casi in cui il segnale è più debole (nelle zone in ombra o nella fotografia notturna).

In realtà, questo apparente paradosso ha una semplice soluzione. Se infatti calcoliamo il rapporto segnale rumore, troviamo che:

Eq. 19 $$SNR = \frac{S}{N_i} = \frac{S}{\sqrt{S}} = \sqrt{S}$$

Anche il rapporto segnale/rumore cresce quindi con la radice quadrata del segnale. Facciamo alcuni esempi:

- Se il segnale vale 1, anche lo shot noise e il rapporto segnale rumore valgono 1; siamo nella situazione in cui il segnale non è distinguibile dal rumore;
- Se il segnale vale 4, lo shot noise e il rapporto segnale rumore valgono 2;
- Se quadruplichiamo di nuovo il segnale portandolo a 16, shot noise e SNR raddoppiano passando a 4.
- Con un segnale pari a 100, shot noise e SNR valgono 10 e l'immagine comincia a diventare accettabile.
- Con un segnale pari a 10000, shot noise e SNR valgono 100 e l'immagine risulta eccellente dal punto di vista del rumore.

In Figura 23 ho rappresentato graficamente il segnale (blu) e il corrispondente shot noise (rosso); come abbiamo visto, in questo semplice caso il rapporto segnale/rumore è esattamente uguale al rumore e quindi anch'esso è rappresentato dalla linea rossa. Possiamo constatare che, all'aumentare del segnale, aumentano anche lo shot noise e il rapporto segnale/rumore, ma in modo **assai più lento**.

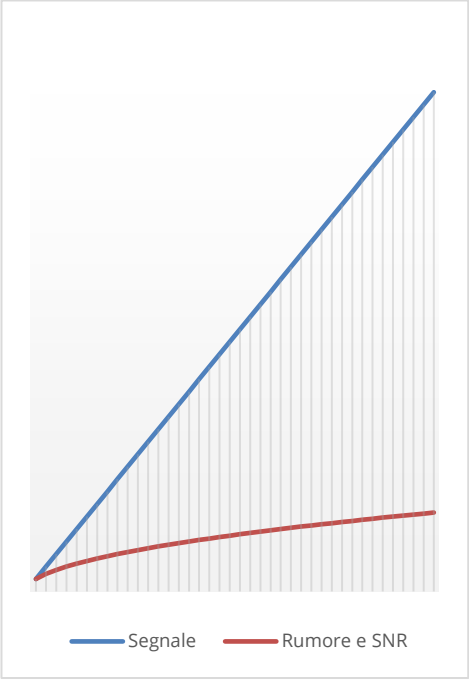


Figura 23 - All'aumentare del segnale, shot noise e SNR aumentano molto più lentamente

Questo spiega dunque il nostro paradosso. I pixel corrispondenti alle ombre hanno ricevuto un segnale di livello basso, quindi con basso rapporto segnale/rumore, mentre quelli prossimi ad essere bianchi hanno ricevuto un segnale di livello elevato, quindi con un rapporto segnale/rumore più elevato.

Un'altra conclusione fondamentale che possiamo già trarre è la seguente:

Poiché lo shot-noise non può essere eliminato, la radice quadrata del segnale definisce il livello minimo di rumore che possiamo ottenere in condizioni ideali.

In condizioni reali, quindi nella pratica quotidiana, il rumore sarà sempre superiore a questo valore ed il nostro compito sarà quello di determinare le condizioni in cui questo peggioramento è trascurabile. Allo stesso modo, possiamo concludere che:

Il rapporto segnale/rumore non può mai essere superiore alla radice quadrata del segnale.

Possiamo sperare di avvicinarci a questo valore, ma mai superarlo, esattamente come non possiamo superare la velocità della luce o creare energia.

Il grafico in Figura 24 riporta graficamente questi due concetti. Le linee blu e rossa riportano anche in questo caso rispettivamente il segnale e il corrispondente shot noise. Il rumore totale, comprensivo dello shot noise, sarà maggiore di quest'ultimo e pertanto ricadrà nell'area azzurra. Il SNR (che coincide con lo shot noise nel caso in cui quest'ultima sia la sola sorgente di rumore) sarà compreso nell'area rossa: nel migliore dei casi, ci sarà solo shot noise e pertanto il SNR potrà coincidere con uno dei punti della curva rossa.

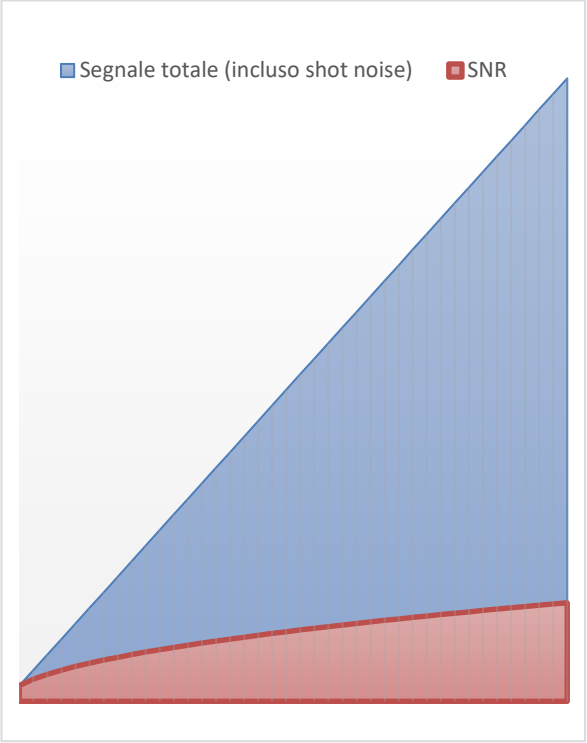


Figura 24 - Aree che delimitano il rumore totale e il SNR

Cosa deve fare allora un fotografo per ottenere un'immagine più "pulita" possibile? Semplice: aumentare il segnale raccolto dal sensore! I modi per farlo sono essenzialmente tre:

- Utilizzare un sensore più sensibile (più efficiente);
- Aumentare il tempo di esposizione (quando è possibile);
- Utilizzare un obiettivo con un diametro maggiore; a parità di angolo di campo inquadrato, ciò significa utilizzare un rapporto focale f/ più piccolo (per esempio f/4 invece che f/8).

Nei successivi capitoli elencherò le altre sorgenti di rumore, le quali vanno a sommarsi allo shot noise. Come vedremo, **con un'opportuna scelta del livello di amplificazione del segnale**

(in termini "fotografici", della sensibilità ISO) e degli altri parametri impostabili dal fotografo (durata dell'esposizione, diaframma, ecc.) queste componenti supplementari del rumore possono essere minimizzate o comunque risultare trascurabili rispetto allo shot noise.

CAPITOLO 8

RIDUZIONE DEL RUMORE CON ESPOSIZIONI MULTIPLE

Supponiamo di fotografare un soggetto statico e di realizzare un numero *n* di esposizioni assolutamente identiche. Supponiamo inoltre che il rumore sia esclusivamente di tipo casuale e che quindi il suo valore medio sia zero.

Chiamiamo S_i e N_i rispettivamente il segnale e il rumore dell'esposizione numero *i*. Supponiamo ora di sommare le *n* esposizioni, tecnica nota anche con il nome di **stacking**. Poiché il segnale si somma linearmente, otteniamo:

Eq. 20 $$S_T = S_1 + S_2 + \cdots + S_n$$

e se tutte le immagini hanno il medesimo livello di segnale S:

Eq. 21 $$S_T = n\,S$$

mentre, come abbiamo ormai imparato, il rumore si somma in modo quadratico:

Eq. 22 $$N_T^2 = N_1^2 + N_2^2 + \cdots + N_n^2$$

e di nuovo, se tutte le immagini sono affette dalla stessa quantità di rumore N:

Eq. 23 $$N_T^2 = n\,N^2$$

Il rapporto segnale rumore, relativo alla somma, diventa:

Eq. 24 $$SNR_T = \frac{S_T}{N_T} = \frac{n\,S}{\sqrt{n}\,N} = \sqrt{n}\,\frac{S}{T} = \sqrt{n}\,SNR$$

Il risultato è decisamente interessante:

Sommando *n* esposizioni identiche abbiamo aumentato il rapporto segnale/rumore, rispetto alla singola esposizione, di un fattore pari alla radice quadrata di *n*.

Da un punto di vista teorico possiamo aumentare il rapporto segnale rumore a piacere, a patto di aumentare il numero di esposizioni. In realtà esistono delle ragioni di natura pratica che limitano il tempo totale di esposizione. Inoltre, poiché la funzione radice quadrata cresce molto lentamente rispetto al suo argomento, migliorare il rapporto segnale/rumore diventa via via più dispendioso.

Per esempio, bastano quattro esposizioni per raddoppiare il rapporto segnale rumore (essendo due la radice quadrata di quattro). Per ottenere un ulteriore miglioramento di un fattore due (totale quattro) dobbiamo aggiungere altre 12 esposizioni, poi altre quarantotto per un ulteriore raddoppio. Cento esposizioni portano ad un miglioramento di 10 volte del rapporto segnale rumore; eseguirne altre 100 comporta un miglioramento molto ridotto, pari a 1.4 volte circa, e quasi sicuramente non ne vale la pena.

Nulla cambia se, al posto della somma delle esposizioni, consideriamo la **media** delle esposizioni. Indicando con S_μ e N_μ rispettivamente la media calcolata sul segnale e sul rumore nelle varie esposizioni, troviamo:

Eq. 25 $$S_\mu = \frac{S_1+S_2+\cdots+S_n}{n} = \frac{S_T}{n}$$

Sulla base della Eq. 14, possiamo scrivere:

Eq. 26 $$N_\mu^2 = \sigma^2(S_\mu) = \sigma^2\left(\frac{S_1}{n}+\frac{S_2}{n}+\cdots+\frac{S_n}{n}\right) = \frac{\sigma_1^2}{n^2}+\frac{\sigma_2^2}{n^2}+\cdots+\frac{\sigma_n^2}{n^2} = \frac{nN^2}{n^2} = \frac{N^2}{n}$$

Ovvero:

Eq. 27 $$N_\mu = \frac{N}{\sqrt{n}}$$

Il rapporto segnale/rumore risulta quindi essere:

Eq. 28 $$SNR_\mu = \frac{S_\mu}{N_\mu} = \frac{S_\mu}{\frac{N}{\sqrt{n}}} = \sqrt{n}\,\frac{S_\mu}{N} = \sqrt{n}\,SNR$$

Quest'ultima da quindi un risultato identico alla Eq. 24 nell'ipotesi che il segnale medio S_μ coincida sostanzialmente con quello delle singole esposizioni (ipotesi lecita se tutte hanno la stessa durata, come da premessa).

L'esempio di Figura 25 (una ripresa con filtro H-alfa della zona di Melotte 15, all'interno della Nebulosa Cuore, catalogata come IC 1805) mostra la differenza, in termini di rapporto segnale/rumore, passando da una singola esposizione di 10 minuti a 4, 8 o 16 esposizioni. Il miglioramento è evidentissimo e testimonia la potenza di questa procedura.

Di fatto questa tecnica è usata soprattutto in astrofotografia, ma nulla vieta di utilizzarla in situazioni meno comuni come la fotografia paesaggistica, soprattutto in condizioni di fortissimo contrasto.

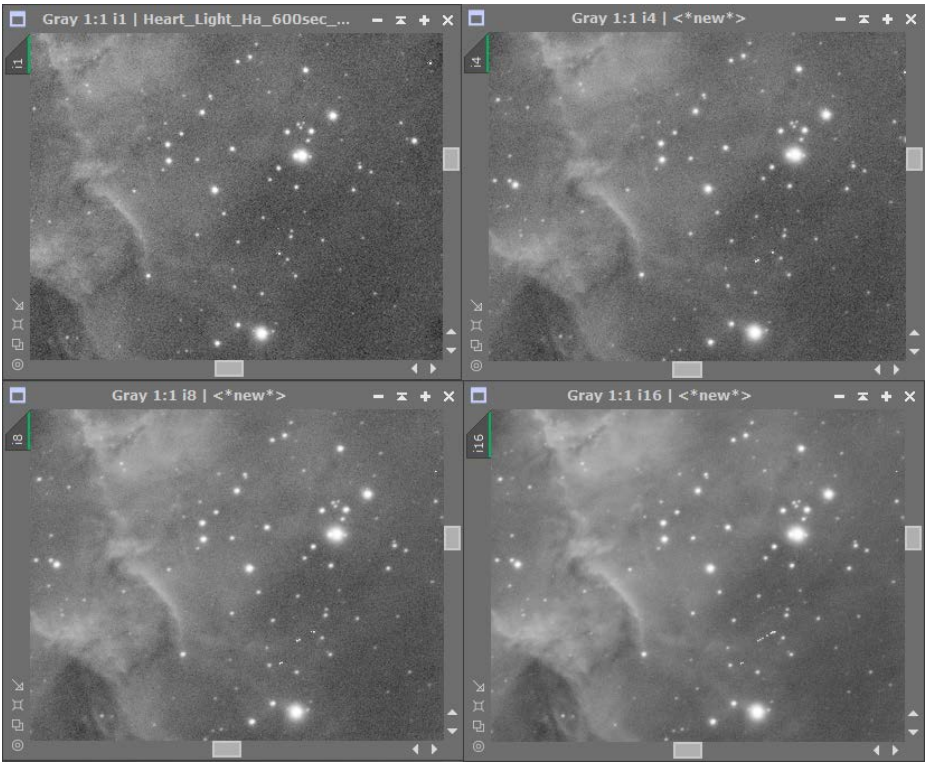


Figura 25 - SNR in una singola esposizione (alto, sinistra), 4 esposizioni (alto, destra), 8 esposizioni (basso, sinistra) e 16 esposizioni (basso, destra)

CAPITOLO 9
LE ALTRE SORGENTI DI RUMORE

L'acquisizione del segnale sul sensore e la lettura del segnale stesso da parte della fotocamera (compresa la conversione in formato digitale) sono processi necessariamente imperfetti. Queste imperfezioni producono errori di misura, che possono essere visti come l'introduzione di una certa quantità di rumore, che va a sommarsi all'inevitabile shot noise che caratterizza qualsiasi tipo di segnale.

Relativamente allo shot noise, i precedenti capitoli ne hanno fornito una descrizione e una quantificazione più che sufficienti per i nostri scopi. In questo capitolo mi propongo invece di descrivere le altre tipologie di rumore che possono interessare il processo fotografico.

Il rumore dovuto all'inquinamento luminoso

Il cielo notturno non è mai nero e purtroppo, per la maggior parte degli osservatori, nemmeno grigio scuro. La luce artificiale delle nostre città viene diffusa dall'atmosfera e quindi raccolta dai telescopi o dagli obiettivi fotografici degli astrofotografi, contribuendo a ridurre notevolmente il contrasto tra il cielo stesso e gli oggetti astronomici, soprattutto quelli del cielo profondo (in ragione della loro luminosità estremamente bassa).

Esistono molti modi per valutare la luminosità del cielo in astronomia: dalla scala di Bortle all'indicazione della magnitudine limite. Tuttavia, ai nostri fini è necessaria una valutazione numerica più precisa, pertanto nel resto del libro supporrò che la luminosità del cielo sia stata valutata mediante un apposito strumento (un luminanzometro progettato per questo scopo, detto anche *Sky Quality Meter*) ed espressa in una certa unità di misura. Nel mondo astronomico l'unità di misura preferita è: magnitudini/arcsec2 (o mpass[3]), la stessa unità di misura utilizzata per indicare la luminosità superficiale degli oggetti estesi.

Il risultato dell'inquinamento luminoso è che il sensore raccoglie sia i fotoni emessi dall'oggetto che quelli emessi dall'atmosfera a causa dell'illuminazione artificiale. Per indicare questo effetto si utilizzano spesso i termini **fondo cielo** o **skyglow**, che utilizzerò indifferentemente da qui in avanti. Detto S_o il segnale ricevuto dal soggetto fotografato, indicherò allora con S_{sky} il "segnale" ricevuto dal cielo come conseguenza dell'inquinamento luminoso.

Un errore piuttosto frequente consiste nel considerare S_{sky} come se fosse a tutti gli effetti un rumore. Non è così: S_{sky} va considerato come un segnale!

Quando ho definito il concetto di rumore, nel CAPITOLO 3, ho menzionato anche l'esempio della tara. La situazione in questo caso è simile. Infatti, poiché il sensore di immagine è lineare (vedi CAPITOLO 2), ne consegue esso produrrà in uscita un dato corrispondente a $S = S_o + S_{sky}$. Da un punto di vista ipotetico, nulla ci vieta di creare un modello virtuale del cielo, tale da riprodurne la luminosità in ciascun punto (di fatto, è quanto cercano di fare i software che offrono strumenti per eliminate gradienti dalle immagini astronomiche, per esempio il tool Dynamic Background Extraction di PixInsight o il plugin per Photoshop GradientXTerminator). Supponiamo che questo modello produca un segnale "virtuale" S_m: sottraendolo dal segnale complessivo misurato avremmo:

Eq. 29 $$S' = S - S_m = S_o + S_{sky} - S_m \cong S_o$$

Maggiore è la precisione con la quale creiamo il modello del cielo ($S_m \cong S_{sky}$), più vicino sarà il risultato S' al segnale effettivo raccolto dal soggetto fotografato (So).

In realtà, il fondo cielo nasconde una perfida insidia. **Essendo a tutti gli effetti un segnale luminoso, anche il fondo cielo è affetto da shot noise!** Abbiamo visto che quest'ultimo è

[3] *Acronimo di magnitudes per arc second squared.*

uguale alla radice quadrata del segnale (CAPITOLO 7); abbiamo anche visto che i rumori si sommano in quadratura (CAPITOLO 6). Ne consegue che il rapporto segnale/rumore può essere calcolato in questo modo (trascurando al momento ogni altra sorgente di rumore):

Eq. 30 $$SNR = \frac{S_o + S_{sky}}{\sqrt{S_o^2 + S_{sky}^2}}$$

Come ho appena dimostrato, in linea di principio possiamo "cancellare" il segnale dovuto al fondo cielo sottraendone il modello realizzato via software, per cui il nostro segnale/rumore effettivo diventa:

Eq. 31 $$SNR = \frac{S_o}{\sqrt{S_o^2 + S_{sky}^2}}$$

Abbiamo eliminato il cielo dal segnale, ma il suo shot noise è rimasto! In altri termini, il vero problema dovuto all'inquinamento non è dovuto al fatto che il cielo non sia perfettamente nero, quanto piuttosto alla natura casuale dell'arrivo dei fotoni trasmessi dal cielo stesso.

Se prendiamo come riferimento la Figura 1, il rumore dovuto all'inquinamento luminoso ha origine a monte del sensore, esattamente come lo shot noise (Figura 25).

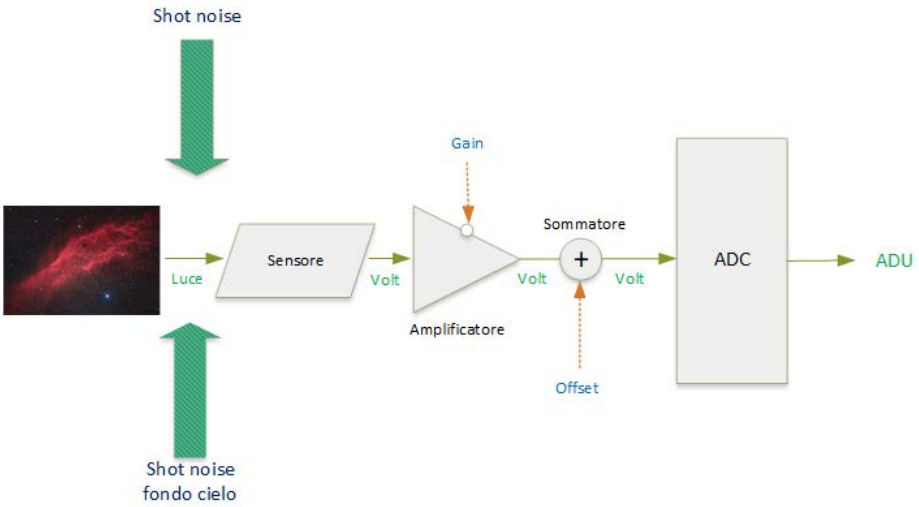


Figura 26 - Lo shot noise viene introdotto a monte del sensore

Riepilogando, cancellare il segnale del fondo cielo è possibile in quanto:

- Per la linearità del sensore, il segnale del fondo cielo si somma semplicemente al segnale;
- Possiamo stimare con buona precisione il segnale prodotto dall'inquinamento luminoso e quindi sottrarlo dal segnale che vogliamo misurare.

Al contrario, non è possibile eliminare lo shot noise dovuto al cielo, in quanto:

- Il rumore non si somma in modo lineare;
- I fotoni dovuti all'inquinamento luminoso arrivano in modo casuale così come quelli dell'oggetto fotografato; pertanto non c'è modo di distinguere da quale sorgente arrivino gli uni e gli altri.

Il rumore di lettura (upstream e downstream)

Il **rumore di lettura** (o **Readout Noise – RON**) è essenzialmente un disturbo di natura elettrica, che si origina nel percorso che va dal sensore al convertitore analogico/digitale.

Se prendiamo come riferimento la Figura 25, lo schema di Figura 26 illustra i punti in cui il rumore di lettura viene generato all'interno del processo fotografico, distinguendo la parte a monte e quella a valle dell'amplificatore.

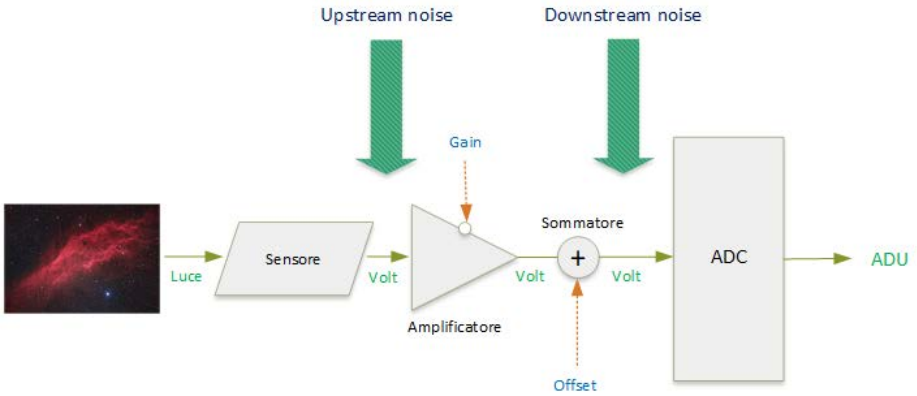


Figura 27 - Punti in cui si origina il rumore di lettura

Il rumore di lettura presenta quindi due componenti, sulla base della posizione in cui esso viene introdotto:

- A valle del sensore e a monte dell'amplificatore: in questo caso parliamo di **Rumore di Upstream** (o Upstream Noise);
- A valle dell'amplificatore e a monte del convertitore: in questo caso parliamo di **Rumore di Downstream** (o Downstream Noise);

Questa differenza è tutt'altro che accademica. Infatti, come vedremo più avanti, la presenza di downstream noise comporta la necessità di scegliere con cura il guadagno (Gain) dell'amplificatore.

Ciò è tanto più importante quanto più alto è il rapporto tra downstream noise e upstream noise. Nelle reflex Canon, per esempio, la parte di conversione analogico/digitale è integrata nel processore della fotocamera, piuttosto che a bordo del sensore. Ciò implica che ci sia una certa lunghezza del percorso del segnale analogico e la conseguente elevata probabilità di incorrere in interferenze elettriche (rumore di downstream relativamente elevato).

I sensori Sony (che sono integrati anche su macchine Nikon) dal 2010 circa in poi integrano la conversione analogico/digitale a bordo del chip e pertanto i percorsi dei segnali analogici sono estremamente più corti. Ne consegue una minore sensibilità ai campi elettromagnetici esterni e di conseguenza un livello di rumore di downstream molto più contenuto (in relazione al rumore di upstream).

Una particolarità del rumore di lettura è che la sua entità non dipende dalla durata dell'esposizione (il termine "lettura" deriva proprio dal fatto che questo rumore viene introdotto dalla procedura di conversione del segnale in forma digitale).

Come vedremo più in dettaglio nei prossimi capitoli, questa caratteristica ha un impatto notevole sulla scelta della durata delle singole esposizioni. Per esempio, 100 esposizioni da 1 minuto non sono equivalenti a 10 esposizioni da 10 minuti dal punto di vista del rumore totale.

Il rumore termico e i dark frame

L'agitazione termica degli atomi che costituiscono i pixel del sensore produce, come i fotoni incidenti, elettroni liberi all'interno dei pixel. Man mano che il tempo passa, questi elettroni si accumulano e vanno a sommarsi al segnale vero e proprio. Il rapporto tra elettroni (cariche elettriche) e tempo ha le dimensioni fisiche di una corrente elettrica e perciò il fenomeno è spesso denominato dark current (corrente di buio in Italiano). Il nome sta ad indicare il fatto che essa non è mai nulla, nemmeno quando il tappo è montato sull'obiettivo (totale assenza di segnale). L'entità della dark current dipende fortemente dalle caratteristiche costruttive del sensore e dalla temperatura. La dark current Id può essere espressa con questo modello è questo:

Eq. 32 $I_d = k2^{\frac{T}{\tau}}$

In cui k e τ sono due costanti che dipendono dai processi produttivi e dai materiali impiegati, mentre T è la temperatura di lavoro del sensore. L'aspetto interessante ai fini della presente trattazione è che ad ogni aumento della temperatura pari a τ la dark current raddoppia. Per esempio, se τ = 5, ogni 5 gradi la dark current raddoppia. L'andamento grafico è il quello di Figura 27.

Il grafico mostra che la differenza prodotta da un modesto incremento di temperatura può essere drammatica, anche perché il valore di τ si aggira quasi sempre attorno ai 5-6 °C e solo raramente raggiunge i 10°C. Ciò significa che, nella maggior parte dei casi, basta aumentare di 5 °C la temperatura di lavoro per ritrovarsi con una dark current doppia.

Per fare un esempio pratico, la fotocamera reflex Canon EOS 7D Mark II è caratterizzata da un valore di τ pari a 4.8 Kelvin; utilizzarla d'estate con il sensore a 35°C (temperatura di lavoro comune anche di notte) piuttosto che a 5°C in inverno comporta un aumento della dark current pari a 76 volte! Questo è uno dei motivi per cui in astronomia si ricorre al raffreddamento spinto dei sensori.

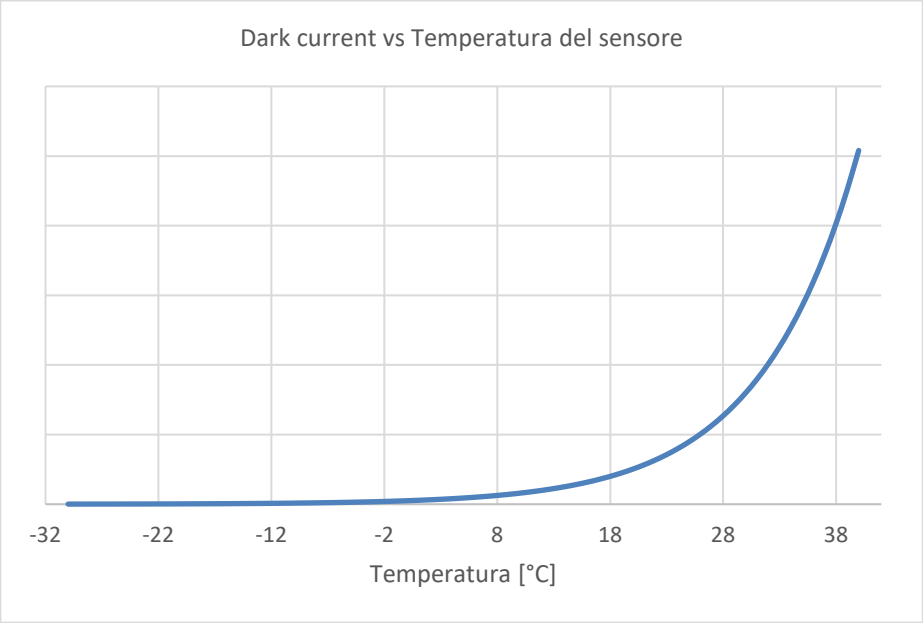


Figura 28 - Andamento tipico della dark current rispetto alla temperatura

Il vantaggio è comunque sensibile anche a basse temperature. Infatti, plottando un nuovo grafico simile a quello di Figura 27, in un diverso range di temperature (in questo caso da -30°C a 0°C), ci si può rendere conto di quanto sia conveniente lavorare a temperature più basse possibile (Figura 28).

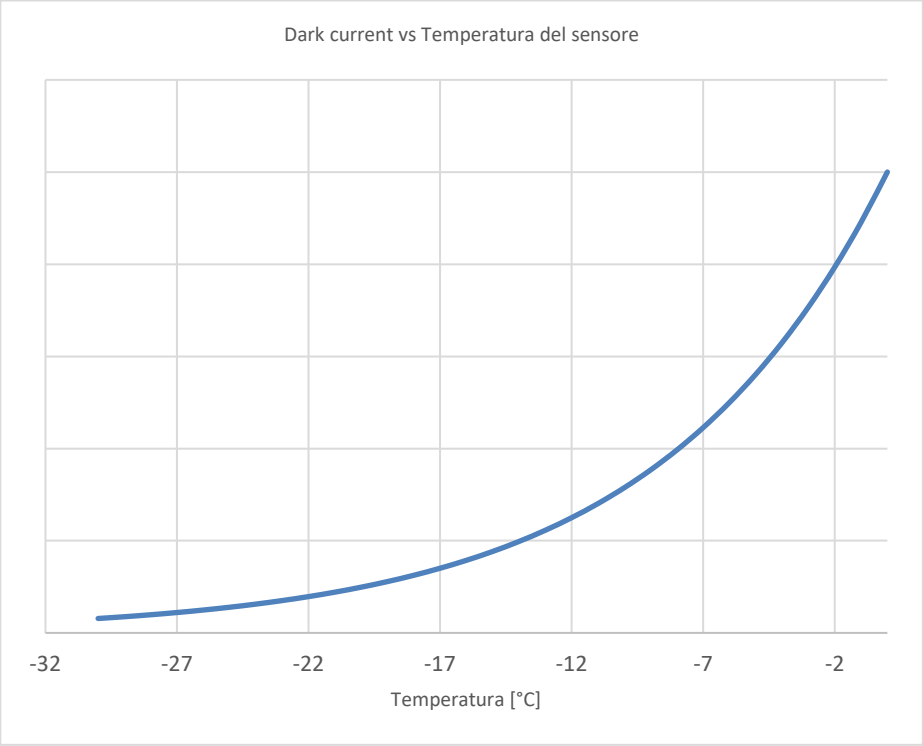


Figura 29 - Zoom del grafico precedente nella zona tra -30°C e 0°C

Non a caso, le fotocamere per impiego astronomico, a partire da un certo livello di prezzo, integrano sempre un sistema di raffreddamento in grado di abbassare la temperatura del sensore fin a 30-40 °C al di sotto della temperatura ambiente.

Si tratta ora di valutare l'impatto della dark current sulla qualità dell'immagine. A questo proposito, torna utile un'analogia con la linea di ragionamento adottata nella discussione dell'inquinamento luminoso ad inizio capitolo. Iniziamo con indicare dove ha origine questo tipo di rumore: sebbene l'agitazione termica interessi l'intera fotocamera, possiamo idealmente ipotizzare che il rumore termico abbia origine sul sensore (Figura 29).

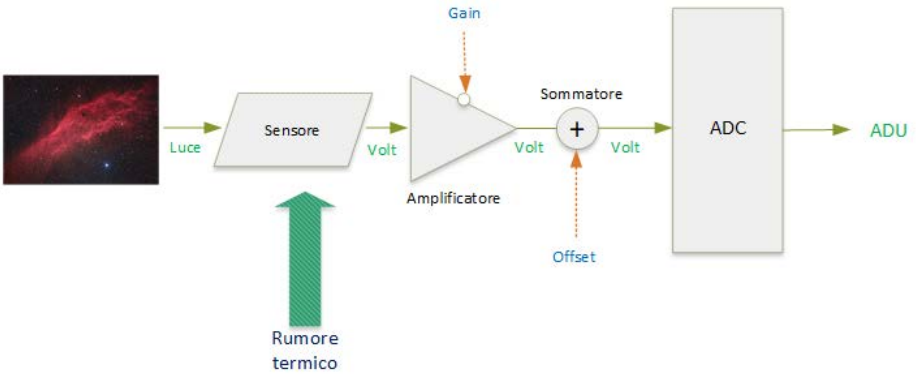


Figura 30 - Punto di ingresso del rumore termico

Come nel caso del rumore dovuto all'inquinamento luminoso, occorre fare attenzione a non confondere la dark current (che a tutti gli effetti è un segnale) con il rumore termico che di essa è diretta conseguenza.

Ai fini di questa discussione, ignoriamo in prima battuta l'inquinamento luminoso. Se indichiamo di nuovo con S_o il segnale acquisito dall'oggetto fotografato, possiamo scrivere che il segnale totale S è dato da:

Eq. 33 $$S = S_0 + I_d\, t$$

in cui t è il tempo di esposizione e I_d è la dark current (espressa dalla Eq. 28). In buona sostanza, l'output del sensore si discosta sempre di più dal segnale dell'oggetto fotografato quanto maggiore è la durata dell'esposizione, al punto che, per esposizioni particolarmente lunghe, questa differenza può essere molto pronunciata (Figura 30).

Di per sé ciò non sarebbe un problema. Infatti, se l'effetto della dark current fosse semplicemente quello di aumentare il livello di output in modo proporzionale al tempo di esposizione, percepiremmo semplicemente una maggiore luminosità dell'immagine.

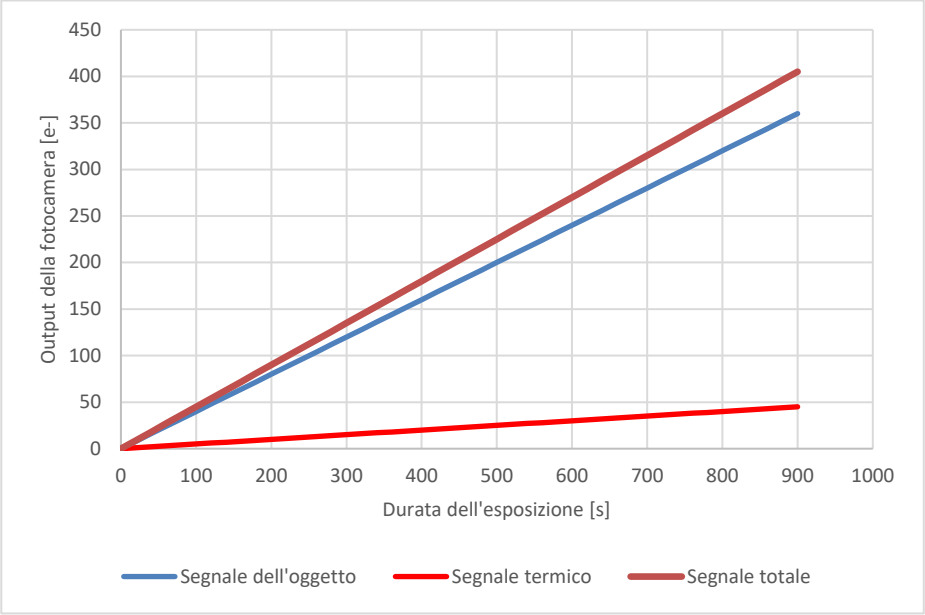


Figura 31 - Segnale dell'oggetto, segnale termico (Id t) e la loro somma

Peraltro, questo effetto può essere facilmente corretto. Supponiamo di eseguire una seconda posa, questa volta bloccando la luce in ingresso alla fotocamera (semplicemente tappandola), ma mantenendo lo stesso tempo di esposizione t. Con la notazione utilizzata in precedenza, avremo che S_O = 0, mentre l'output del sensore che indicherò in questo caso con DF risulterà essere:

Eq. 34 $$DF = I_d\, t$$

Un fotogramma siffatto si chiama in gergo **Dark Frame** (non esiste un equivalente termine italiano di ampio utilizzo; la traduzione letterale è fotogramma scuro). Se ora, all'esposizione precedente, sottraiamo il Dark Frame, otteniamo:

Eq. 35 $$S' = S - DF = S_O + I_d t - I_d t = S_O$$

Ovvero abbiamo eliminato il segnale termico. Questa tecnica è utilizzata anche dalle moderne fotocamere. Nel caso di esposizioni molto lunghe è infatti possibile attivare la funzione di riduzione del rumore termico (Nikon chiama questa funzione "Long Exposure NR"; Canon la indica con il quasi identico "Long Exposure noise reduction"), la quale non fa altro che scattare una seconda fotografia (il dark frame) con otturatore chiuso per poi sottrarla alla prima. Naturalmente è importante che l'esposizione abbia la stessa durata e che il dark frame sia realizzato subito dopo il primo scatto, per garantire che il sensore stia lavorando alla stessa identica temperatura. Infatti, se ci fosse un raffreddamento o un riscaldamento anche minimo, la correzione risulterebbe errata a causa della rapidissima variazione della dark current con la temperatura.

Purtroppo, anche la dark current ha una natura casuale e il suo valore, espresso dalla Eq. 28, è semplicemente il valore medio. Possiamo allora calcolare il rumore termico N_{th} con:

Eq. 36 $$N_{th} = \sqrt{I_d\, t}$$

Il rumore totale, considerando solo lo shot noise e il rumore termico, risulta essere:

Eq. 37 $$N_T = \sqrt{N_i^2 + N_{th}^2}$$

Se sottraiamo un dark frame, avremo pertanto un rapporto segnale/rumore che si può esprimere con:

Eq. 38 $$SNR = \frac{S_O}{\sqrt{S_O + I_d\, t}}$$

dove ho sostituito a N_{th} e a N_i le loro espressioni riportate nella Eq. 32 e nella Eq. 18.

Esattamente come nel caso dell'inquinamento luminoso, possiamo cancellare l'effetto della dark current al numeratore (segnale), ma non quella al denominatore. Inoltre, l'effetto al denominatore è tanto maggiore (con conseguente minore SNR) quanto più lunga è l'esposizione.

Rumore di quantizzazione

La conversione di un segnale analogico in formato digitale, o numerico, è un processo che non può avvenire con precisione arbitraria. I convertitori analogico/digitali sono dispositivi caratterizzati da una certa risoluzione espressa in bit. In termini generali, un convertitore analogico/digitale (ADC) a n bit è in grado di discriminare 2^n livelli di segnale in ingresso, pertanto:

- Un ADC a 8 bit distingue 256 livelli di ingresso e il suo output va da 0 a 255 ADU;
- Un ADC a 12 bit distingue 4096 livelli di ingresso e il suo output va da 0 a 4095 ADU;
- Un ADC a 14 bit distingue 16384 livelli di ingresso e il suo output va da 0 a 16384 ADU;
- Un ADC a 16 bit distingue 65536 livelli di ingresso e il suo output va da 0 a 65535 ADU.

Queste sono le comuni risoluzioni dei convertitori presenti sui sensori di immagine. L'output del convertitore A/D è pertanto discreto e non lineare. Supponiamo che il convertitore A/D accetti in ingresso un range di tensioni da 0 a 5 volt e che esso abbia una risoluzione di 8 bit. Ciò significa che ognuno dei suoi 256 livelli corrisponderà ad una variazione di tensione di 5 / 256 = 0.0195 V.

Ma ciò significa anche che il convertitore A/D non è in grado di discriminare differenze di segnale minori di 0.0195V e che la sua precisione può essere espressa in termini di ±0.009975 V (la metà di 0.0195). Il grafico di Figura 31 illustra questo concetto: il segnale di ingresso (in arancione) può variare in modo continuo, ma il segnale in uscita del convertitore A/D può assumere solo determinati valori e pertanto varia secondo un andamento a gradini.

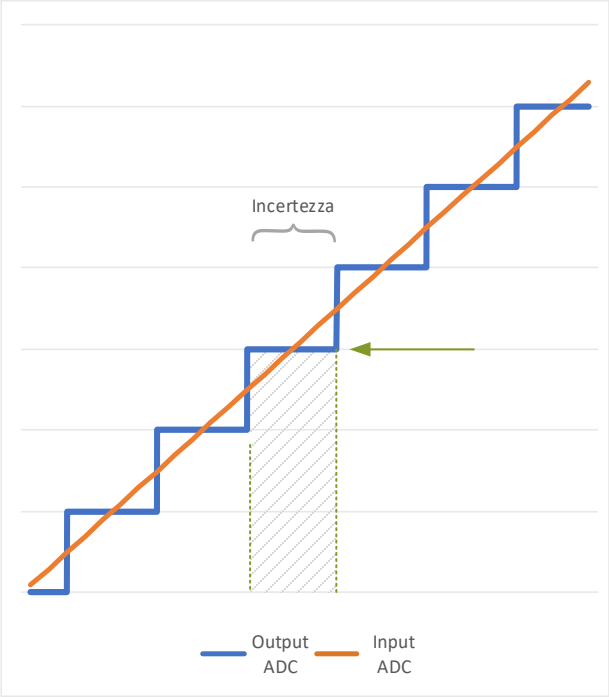


Figura 32 - Errore di quantizzazione

Per esempio, a tutti gli intervalli di tensione di ingresso compresi nell'area tratteggiata corrisponde lo stesso output del convertitore A/D, indicato dalla freccia. La conversione effettuata presenta dunque certo grado di errore e quest'ultimo sarà tanto minore quanto maggiore è il numero di "gradini".

Lo stesso concetto, in una prospettiva diversa, può essere espresso dicendo che l'output del convertitore A/D è incerto entro il range di uno step, ovvero di una ADU. Per esempio, se l'output è 183, dovremmo dire in realtà che l'output è 183 ± 0.5.

L'errore dovuto alla quantizzazione si dice anche **rumore di quantizzazione** e la sua grandezza vale sempre 1 ADU (±0.5 rispetto alla lettura effettiva). Se il convertitore A/D lavora in condizioni ideali, ovvero se il range di tensioni che arriva in ingresso è esattamente lo stesso che il

convertitore è in grado di gestire, detto n il numero di bit del convertitore il segnale massimo in uscita (in ADU) è:

Eq. 39 $$S_{ADU} = 2^n$$

per cui, essendo il rumore pari a 1, risulta che:

Eq. 40 $$SNR = \frac{S_{ADU}}{N_{ADU}} = \frac{2^n}{1} = 2^n$$

Eq. 41 $$SNR[dB] = 20\,log(SNR) = 20\,log(2^n) = 20\,n\,log(2) = 6.02\,n$$

La Eq. 37 conferma che una conversione a 8 bit è già sufficiente per ottenere un buon rapporto segnale/rumore, limitatamente alla conversione del segnale in forma digitale e in condizioni di utilizzo ottimale del convertitore (come vedremo, ci sono altri motivi che rendono gli 8 bit insufficienti per ottenere buoni risultati). Infatti, la seconda parte dell'equazione ci porta a concludere che il rapporto segnale/rumore può salire fino a 6.02 * 8 = 48.16 dB.

Ovviamente la quantizzazione è un problema ancora minore a 12 bit (72.24 dB) e a 16 bit (96.32 dB). Il problema nasce piuttosto dalla necessità di far lavorare il convertitore analogico/digitale nelle migliori condizioni possibili, sfruttando cioè la più ampia porzione possibile del range di tensioni che esso è in grado di gestire. Per esempio, se la tensione massima in ingresso al convertitore è solo la metà del valore massimo, il bit più significativo dell'output in ADU sarà sempre zero, quindi sarà come se il convertitore fosse caratterizzato da un bit in meno. Analogamente, se la tensione in ingresso al convertitore raggiunge al massimo 1/16 del valore massimo, i quattro bit più significativi saranno sempre a zero e il convertitore lavorerà come se avesse quattro bit in meno.

Per minimizzare il rumore di quantizzazione, sarà dunque necessario ottimizzare il funzionamento del convertitore analogico/digitale. Ottenere questo risultato richiede un'apposita taratura dell'amplificatore posto tra sensore e convertitore. In particolare, è necessario regolare in modo ottimale il **guadagno** dell'amplificatore. Questo sarà uno dei temi principali dei prossimi capitoli.

CAPITOLO 10
RUMORE CORRELATO VS CASUALE

Nel precedente capitolo ho elencato le principali sorgenti di rumore. In altre parole, ho classificato il rumore delle immagini digitali in base al punto in cui esso ha origine e alle ragioni fisiche della sua esistenza. In questo capitolo elencherò un'ulteriore classificazione che tornerà utile nel momento in cui affronteremo le tematiche della riduzione del rumore e della calibrazione delle immagini.

Limitatamente al solo rumore che si genera all'interno della fotocamera (esclusi quindi lo shot noise e il rumore dovuto all'inquinamento luminoso), possiamo distinguere tra:

- **Rumore casuale**: è un tipo di rumore che cambia continuamente nel tempo e non dipende in alcun modo dalla geometria del sensore;
- **Rumore correlato**: è un tipo di rumore che tende ad influenzare in maniera simile pixel che sono legati da qualche forma di vincolo geometrico, per esempio il fatto di risiedere sulla stessa riga o sulla stessa colonna. Questa forma di rumore è detta anche **FPN** (Fixed Pattern Noise).

Da un punto di vista prettamente visivo, Il rumore di tipo correlato costituisce la categoria di rumore più perniciosa. Ciò è dovuto alla fisiologia del cervello umano, particolarmente abile nell'individuare forme all'interno del caos. Di fatto, risulta che una data quantità di rumore correlato risulta essere molto più visibile all'occhio umano di quanto sia un'equivalente quantità di rumore casuale.

Un aspetto da considerare è che, come vedremo, il rumore spaziale tende ad essere molto più evidente a bassi livelli di amplificazione del segnale (Gain/sensibilità ISO) e a scomparire a livelli di amplificazione medio-alti. È un fatto decisamente contro-intuitivo e ignorato dalla maggior parte dei fotografi, eppure è uno dei motivi per cui **impostare sempre la più bassa sensibilità ISO non sempre è la scelta migliore**. Nei paragrafi che seguono vedremo i motivi che portano a questa conclusione.

Occorre notare anche che alcune delle sorgenti di rumore sono in parte temporali e in parte spaziali. Ciò significa, per esempio, che due esposizioni successive possono presentare lo stesso fenomeno di banding, ma localizzato in aree leggermente diverse dell'immagine. Le conseguenze di ciò saranno analizzate più avanti.

Il banding

La forma più comune, ma verrebbe da dire famigerata, di FPN (rumore correlato) è il banding. Si tratta di una conseguenza del modo in cui viene effettuata la lettura dei pixel da parte del convertitore analogico/digitale della fotocamera. Possiamo immaginare di convertire la tensione di ciascun pixel in formato numerico procedendo di pixel in pixel, fino ad effettuare la scansione di tutta la superficie del sensore. Tale modo di procedere sarebbe però poco efficiente, in quanto i moderni sensori sono dotati di molti milioni di pixel e pertanto il processo risulterebbe lento.

Per ovviare a questo problema si ricorre alla parallelizzazione della lettura: la conversione viene effettuata lavorando su diverse colonne (talvolta di righe) di pixel allo stesso tempo. La durata della lettura viene notevolmente accorciata, ma la non perfetta omogeneità nell'elettronica delle diverse unità di lettura fa sì che colonne diverse possano essere trattate in modo diverso.

Se questo effetto può apparire complesso da capire, il suo effetto visivo è immediato: la Figura 32 contiene una foto che ho scattato diversi anni fa con una Canon 7D, reflex prodotta in un'epoca in cui i sensori di Canon erano ben noti per produrre fenomeni di banding. Si tratta di un'immagine elaborata in modo aggressivo in post-produzione, al fine di far compensare le ampie differenze tra luci ed ombre nel soggetto.

Il rumore si nota facilmente nelle aree corrispondenti al cielo. Facendo attenzione, e magari osservando l'immagine da una certa distanza, si può percepire una certa "organizzazione" all'interno di quel rumore apparentemente casuale: delle strisce verticali, corrispondenti a zone in cui il rumore stesso è più o meno pronunciato.

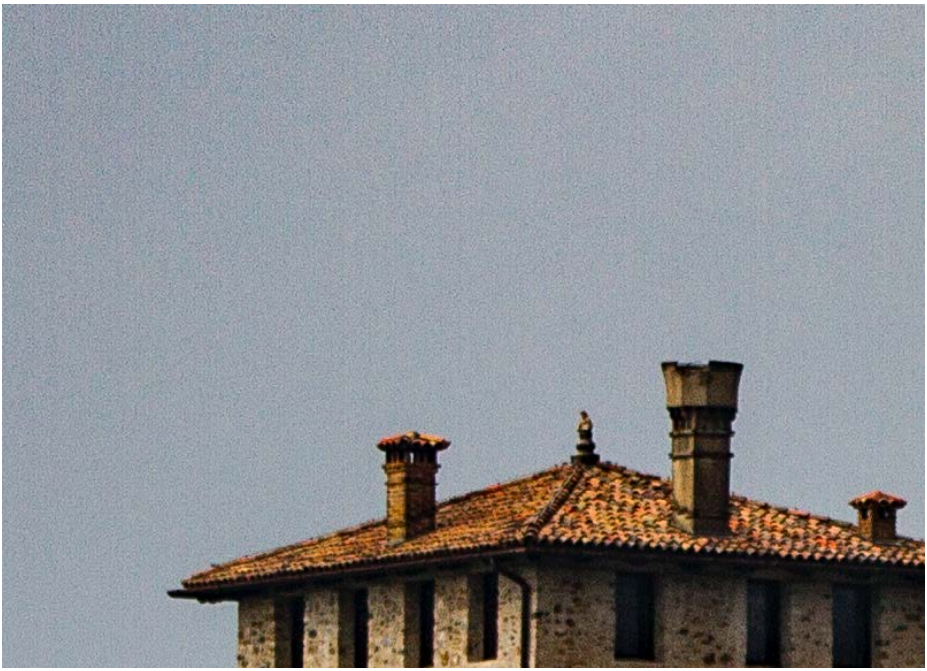


Figura 33 - Esempio di immagine affetta da banding

In realtà, nella fotografia generalista, la situazione non è così tragica come appare in questa immagine (si tratta di uno zoom al 100%), anche perché questo effetto si manifesta solo in determinate condizioni e con elaborazioni piuttosto pronunciate come quella che ho artificiosamente utilizzato in questo caso.. La prova consiste nel fatto che questa stessa foto, elaborata con la consapevolezza dei limiti del sensore utilizzato (Figura 33), è stata utilizzata per rappresentare questo castello in un libro turistico.

Figura 34 - La versione finale della stessa foto, elaborata con la consapevolezza dei limiti del sensore

Va però detto che le elaborazioni astronomiche sono sempre estreme e quindi, in questo specifico genere fotografico, il rumore correlato è sempre un problema.

Ci sono due motivi principali per i quali il rumore correlato è così fastidioso:

- Trattandosi per definizione di rumore non casuale, la sua media non è nulla; ciò significa che lo stacking (CAPITOLO 8) non solo non lo attenua, ma finisce addirittura per rafforzarlo.
- Per i pattern tipici con cui si presenta, la sua eliminazione in post produzione è estremamente difficile.

L'amp glow

Una seconda forma, molto comune, di rumore correlato è il bagliore di amplificazione, meglio noto con il suo nome tecnico inglese di **Amp Glow**. Questa forma di rumore si manifesta spesso come una macchia chiara, generalmente posta in prossimità degli angoli del sensore. Si tratta di un incremento locale della temperatura del sensore, dovuta al colore prodotto dai circuiti di amplificazione che spesso sono posizionati nelle vicinanze. In alcuni casi, queste macchie o bande possono verificarsi anche in prossimità dei bordi del sensore.

La Figura 34 riporta un esempio dell'effetto dovuto all'Amp Glow, visibile sui lati superiore ed inferiore e nell'angolo in basso a destra.

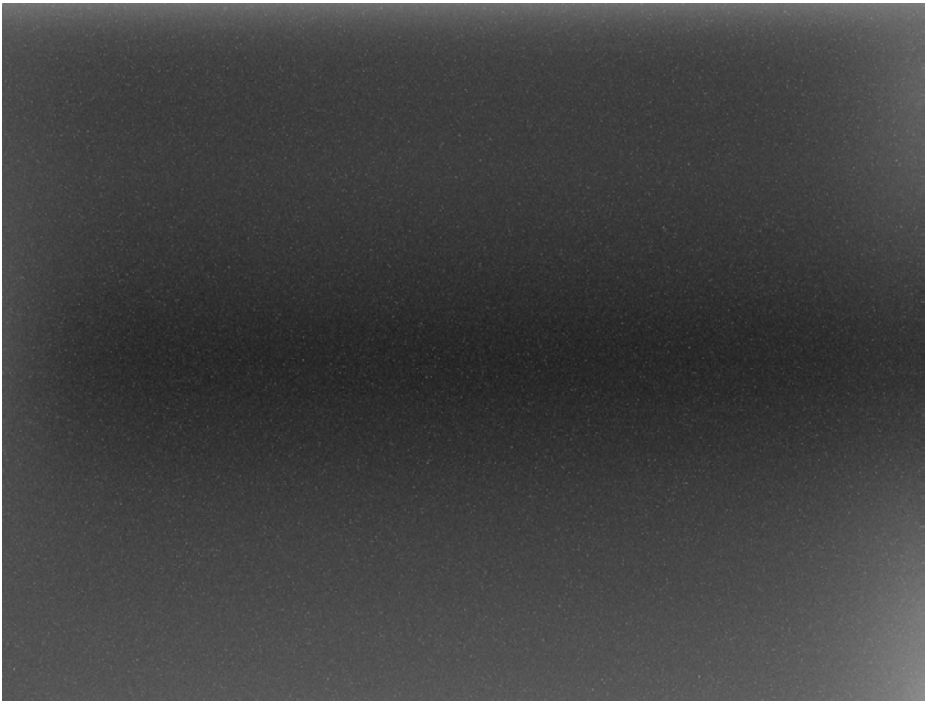


Figura 35 - Esempio di amp glow (Fotocamera QHY163M)

Oltre alla conduzione termica, il calore prodotto dalla circuiteria del sensore può diffondersi anche sotto forma di radiazione nel vicino infrarosso, una lunghezza d'onda alla quale molti sensori sono sensibili. In questo caso, l'Amp Glow può manifestarsi anche come una specie di "stella", con dei raggi chiari che si irradiano da essa.

Trattandosi di un fenomeno di natura termica, l'entità del rumore dovuto all'Amp Glow dipende anche dalla temperatura di lavoro del sensore, dalla durata dell'esposizione, dalla velocità di lettura (più la lettura è lenta, più sarà necessario mantenere attivi i circuiti di amplificazione e più alto sarà il rumore) e dalla frequenza con la quale il sensore viene letto (quindi dalla possibilità di raffreddarsi tra una lettura e l'altra).

Pixel caldi (e freddi)

Un'altra forma di rumore correlato, molto comune nelle lunghe esposizioni, è costituita dai cosiddetti pixel caldi. Si tratta di pixel in cui il calore produce una rapida deriva, molto superiore a quella dei pixel adiacenti, che causa un altrettanto rapida saturazione del pixel stesso, che appare visivamente bianco. Poiché questo effetto è dovuto a difetti costruttivi, i pixel interessati tendono ad essere sempre gli stessi. Una forma analoga di rumore è costituita dai pixel freddi, che al contrario dei caldi producono sempre una lettura nulla (zero), apparendo visivamente neri. Si tratta a tutti gli effetti di pixel non funzionanti. A differenza dei pixel caldi, i pixel freddi hanno generalmente un impatto minore in astrofotografia in quanto, nella maggior parte delle immagini, lo sfondo nero del cielo tende a "nascondere" questo genere di rumore.

Il rumore 1/f (o Random Telegraph Noise)

Un rapido cenno anche al rumore 1/f, detto anche Random Telegraph Noise o RTN. Senza entrare nei dettagli tecnici e fisici che lo originano (che sono piuttosto complessi) è interessante sottolineare che si tratta di una forma di rumore che è una specie di mix tra il rumore correlato e quello casuale. Sostanzialmente si può affermare che entrambe le componenti sono presenti, nel senso che esiste una correlazione tra i pixel, ma questa correlazione cambia nel tempo.

Questa caratteristica rende il rumore RTN il più difficile da trattare con gli strumenti normalmente a disposizione degli astrofotografi. Tuttavia, la sua incidenza sul rumore totale è generalmente trascurabile e pertanto non occorre prestarvi ulteriore attenzione.

Come si elimina il rumore correlato

Il modo più efficace di eliminare il rumore correlato è quello di ricorrere alla calibrazione delle immagini. In particolare, la calibrazione con un Master Bias contribuisce a ridurre gli effetti del FPN, in particolare del banding. La calibrazione con Master Dark può essere usata, tra l'altro, anche per rimuovere gli effetti dell'amp glow.

Sul tema della calibrazione tornerò molto più in dettaglio nel CAPITOLO 26.

CAPITOLO 11
NOISE FLOOR, FWC E RANGE DINAMICO

Nel CAPITOLO 9 ho descritto le principali sorgenti di rumore nell'acquisizione delle immagini e nei capitoli precedenti ho dedicato molto spazio al tema dello Shot Noise.

Abbiamo visto che lo Shot Noise è esclusivamente funzione del segnale e pari alla radice quadrata di quest'ultimo. Il rumore termico dipende dalla temperatura e aumenta linearmente con il tempo di esposizione, mentre il rumore di quantizzazione è quasi sempre trascurabile rispetto alle altre fonti. Il rumore di lettura è invece indipendente dalla durata dell'esposizione e dalla temperatura: dipende solo dalla tecnologia costruttiva e dai parametri di funzionamento della fotocamera.

Riassumendo:

- In assenza di segnale lo shot noise è nullo;
- Con un'esposizione di lunghezza nulla il rumore termico è nullo;
- Il rumore di quantizzazione è sempre trascurabile (perlomeno con le fotocamere comunemente usate per l'astronomia).

Possiamo quindi dedurre che, tappando la fotocamera e impostando il più breve tempo di esposizione possibile, possiamo annullare la maggior parte del rumore. Il rumore di lettura rimarrà però presente.

Il rumore di lettura NR è sempre presente, in qualsiasi immagine, indipendentemente dal modo in cui essa è stata realizzata. Il rumore di lettura definisce quindi il livello minimo di rumore possibile e per questo motivo si parla anche di "noise floor".

Al di sotto del livello definito dal rumore di lettura non può esserci alcun segnale. Per esempio, se il rumore di lettura è di 10 elettroni e la lettura di un pixel è di 15 elettroni, il segnale deve risiedere nei 5 pixel di differenza, essendo i primi 10 attribuibili sicuramente al rumore.

Nel CAPITOLO 1 abbiamo visto che il segnale in elettroni aumenta linearmente con il segnale in ingresso al telescopio/obiettivo fotografico, fino al raggiungimento della Full Well Capacity, il massimo numero di elettroni che possono essere contenuti all'interno del well del pixel (vedere anche Figura 15). Oltre a questo limite superiore, siamo ora in grado di individuare anche un limite inferiore, pari al rumore di lettura. Il grafico di Figura 15 viene quindi modificato come in Figura 35.

La linearità viene in massima parte mantenuta e solo nella zona del grafico in prossimità dell'origine si nota l'effetto del rumore di lettura. Per inciso, il grafico mostra un rumore di lettura decisamente esagerato rispetto ai valori comuni di rumore di lettura (dai 10 elettroni di una tipica fotocamera CCD agli 1-2 elettroni delle camere CMOS).

La forma a S di questo grafico ci permette inoltre di identificare il valore massimo e minimo del segnale. Il rapporto tra questi due valori viene chiamato **range dinamico (DR - dynamic range)** ed identifica la capacità della fotocamera di fornire letture accurate con un ampio spettro di luminosità in ingresso.

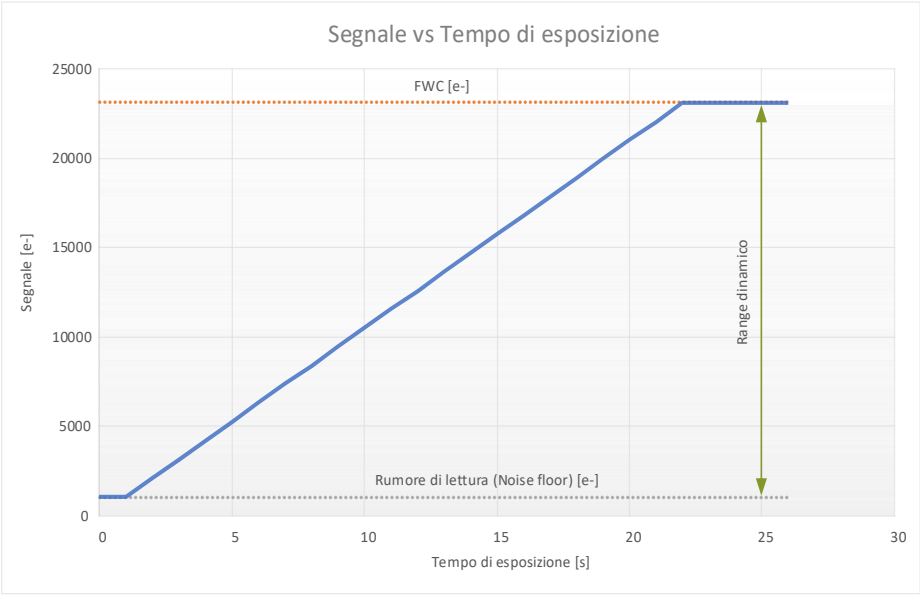


Figura 36 - Noise floor, FWC e range dinamico

Un modo più comune di esprimere il range dinamico è quello di usare gli stop, nel qual caso possiamo scrivere:

Eq. 42 $$DR = log_2 \frac{FWC}{N_R}$$

in cui FWC rappresenta la Full Well Capacity e N_R il rumore di lettura totale (upstream più downstream).

Valori comuni di range dinamico vanno dai 10 ai 12 stop; 14 stop rappresentano un livello di eccellenza, al di sotto degli 8 stop si rischia di avere molti pixel saturi oppure neri (in entrambi i casi c'è perdita di dati).

Il range dinamico definisce anche il requisito di risoluzione del convertitore A/D. Per esempio, la stragrande maggioranza delle fotocamere CCD basate sul sensore KAF-8300 dispone di un convertitore A/D a 16 bit. Tuttavia, questo sensore ha una Full Well Capacity di 25500 elettroni ed un rumore di lettura pari a circa 10 elettroni. Applicando la Eq. 38 troviamo un range

dinamico di circa 11.3 stop. Pertanto, un convertitore A/D 12 bit sarebbe ampiamente sufficiente a gestire l'output di questo sensore.

Nelle fotocamere CMOS il problema è spesso opposto: il range dinamico è molto elevato, ma il convertitore A/D ha una risoluzione limitata. Per esempio, le fotocamere CMOS basate sul sensore MN34230 hanno una Full Well Capacity di circa 20.000 elettroni e un rumore di lettura che (nella peggiore delle condizioni operative) vale circa 3.5 elettroni. Ne risulta un range dinamico pari a 12.5 stop, che però non può essere sfruttato a fondo in quanto il convertitore A/D (che in questo sensore è integrato a bordo chip) ha una risoluzione di soli 12 bit.

In realtà, si può dimostrare che se si sommano le immagini di molteplici esposizioni (pratica comune in astrofotografia) si possono ottenere risultati equivalenti a quelli che si sarebbero ottenuti utilizzando un convertitore A/D con un numero di bit più elevato.

In definitiva, è preferibile avere un sensore con un elevato range dinamico e un convertitore A/D a bassa risoluzione piuttosto che un sensore con basso range dinamico accoppiato ad un convertitore ad elevata risoluzione.

CAPITOLO 12 :
GAIN E SENSIBILITÀ ISO

Adesso che le fondamenta sono state gettate, è possibile proseguire l'analisi del funzionamento delle fotocamere iniziata nel CAPITOLO 1. Per comodità di chi legge, riprendo in Figura 36 lo schema di principio di una fotocamera.

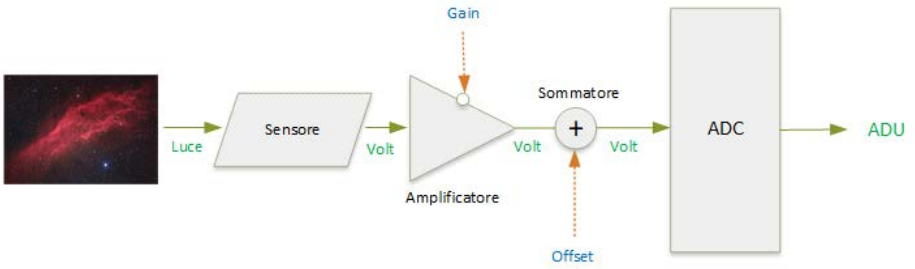


Figura 37 - Schema di principio di una fotocamera

Abbiamo visto che il sensore produce in uscita una tensione per ciascun pixel e che questa tensione viene convertita in un numero per mezzo del convertitore analogico/digitale (ADC). Nel CAPITOLO 9 ho anche discusso del processo di conversione e del relativo errore di quantizzazione.

L'ADC può infatti convertire in modo efficace una tensione in un numero solamente se la tensione cade all'interno di un ben determinato range, tipicamente del tipo 0 ÷ V_{max}, producendo in output un numero che va da 0 a N_{max}.

Eq. 43 $\{0 \dots V_{max}\} \rightarrow \{0 \dots N_{max}\}$

Se la tensione di ingresso è al di fuori del range previsto, il risultato sarà troncato:

- Se la tensione è inferiore a zero, il numero in output dall'ADC sarà zero.
- Se la tensione è superiore a V_{max}, il numero in output all'ADC sarà N_{max}.

Questo però non è l'unico problema. Nel CAPITOLO 9 ho mostrato che il rumore di quantizzazione dovuto all'ADC può essere trascurato, a patto che l'ADC venga sfruttato in tutto il suo range di ingresso.

Per chiarire meglio il concetto, ricorrerò ad un esempio: supponiamo di avere un convertitore a 12 bit (output da zero a 2^{12}-1=4095), che il suo range di ingresso sia 0 ÷ 5 Volt e che il sensore produca un output di 0 ÷ 0.25 Volt. Questo significa che la tensione in ingresso all'ADC sarà (al massimo) 20 volte inferiore a quella massima nominale e, di conseguenza, anche il suo output sarà 20 volte inferiore. In output dell'ADC otterremo numeri da 0 a 4095/20 ≈ 205, un numero rappresentabile con soli 8 bit. In sostanza, è come se avessimo perso 4 bit di risoluzione dell'ADC!

Siccome l'ADC lavora male, il rumore di quantizzazione aumenta e il suo SNR peggiora radicalmente. Al di là delle considerazioni numeriche, da un punto di vista strettamente astronomico utilizzare in modo inopportuno l'ADC ha un effetto ancora più deleterio. Infatti, molto spesso le immagini astronomiche non elaborate presentano degli istogrammi che assomigliano molto a quelli della Figura 37.

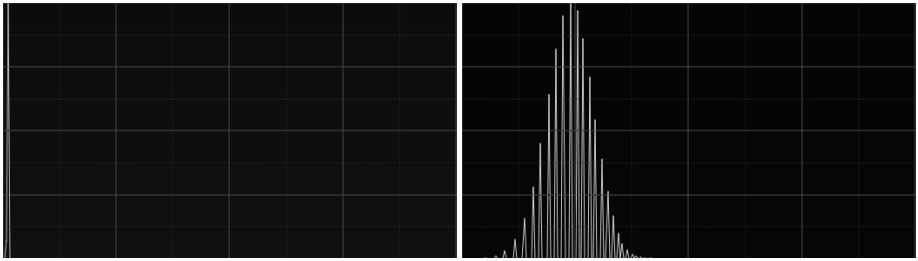


Figura 38 – A sinistra, istogramma di una tipica immagine astronomica non elaborata (un picco molto vicino all'asse delle ordinate); a destra, la stessa immagine dopo lo stretch evidenzia dei "buchi" nell'istogramma (posterizzazione, ovvero discontinuità nei toni)

Siccome la maggior parte dei pixel risiede in una stretta fascia vicino all'origine, il numero di livelli utilizzati per la digitalizzazione dei pixel sarà ancora minore dei 205 menzionati nell'esempio in precedenza. Nella maggior parte dei casi, il livello dei pixel in ADU risulterebbe compreso in un range estremamente ridotto di valori, il che produrrebbe una notevole posterizzazione dell'immagine finale elaborata.

Queste problematiche spiegano la necessità di un amplificatore tra sensore e ADC. Un amplificatore può essere considerato come una "scatola nera" con un ingresso V_{in} e un'uscita V_{out}, tali per cui:

Eq. 44 $$V_{out} = K_G\, V_{in}$$

dove K_G è una costante conosciuta come **guadagno dell'amplificatore** (**gain** in Inglese). In alcuni casi (per esempio, in molte fotocamere CCD) il guadagno è fissato dal costruttore, mentre in altri casi (fotocamere CMOS e tutte le fotocamere ad uso generale, come ad esempio le reflex) l'utente può intervenire e modificare il guadagno all'interno di un certo range di valori.

Supponiamo allora che il sensore produca un range di tensioni di uscita $\{0 \dots V_s\}$ e che l'ADC accetti un range di tensioni $\{0 \dots V_M\}$. Il modo migliore di far lavorare l'ADC è quello che mappa:

Eq. 45 $$\{0 \dots V_s\} \rightarrow \{0 \dots V_M\}$$

Se settiamo il guadagno dell'amplificatore ad un valore pari a V_M/V_s otteniamo esattamente il nostro scopo. Infatti, applicando la Eq. 40 otteniamo:

Eq. 46 $$K_G 0 = \frac{V_M}{V_s} 0 = 0$$

Eq. 47 $$K_G\, V_s = \frac{V_M}{V_s}\, V_s = V_M$$

Ovvero esattamente il risultato che ci eravamo prefissi.

Il guadagno della fotocamera e lo Unity Gain

Fino a questo momento la mia descrizione è stata più orientata verso il lato costruttivo e ingegneristico della fotocamera. Da un punto di vista più prettamente astronomico, ed in particolare fotometrico, ragionare in termini di differenze di potenziale e Volt non ha molto senso. In realtà, è molto più interessante capire quanti sono stati gli elettroni liberati in un dato pixel e di conseguenza, tenuto conto dell'efficienza quantistica, quanti sono stati i fotoni incidenti.

Siamo pertanto interessati a definire il **guadagno della fotocamera** (detto anche **guadagno di sistema** o **system gain**), che indicherò con G. Il guadagno è definito come rapporto tra il numero di elettroni liberati in un pixel e la corrispondente lettura in ADU prodotta dall'ADC.

Dato un segnale S, espresso in elettroni mediante S_e e in ADU mediante S_{ADU}, possiamo scrivere:

Eq. 48 $$S_e = G\, S_{ADU}$$

Il guadagno G della fotocamera non va mai confuso con il guadagno dell'amplificatore menzionato in precedenza.

Il termine "guadagno" è impiegato a mio avviso in modo piuttosto improprio in questo contesto. Tipicamente, il guadagno agisce su un input per generare un output; per esempio, un modo più consueto per definire il guadagno avrebbe potuto essere:

Eq. 49 $$S_{ADU} = g\, S_e$$

In cui ovviamente:

Eq. 50 $$g = \frac{1}{G}$$

Nonostante questa mia perplessità, la definizione sopra riportata è quella comunemente utilizzata e pertanto sarà quella che userò nel resto di questo libro. In particolare, indicherò con:

- K_G il guadagno dell'amplificatore della fotocamera (un numero puro, essendo il rapporto di due tensioni);
- G il guadagno della fotocamera (espresso in e-/ADU, dove e- sta per elettroni);
- g l'inverso di G (espresso in ADU/e-)

Un guadagno G = 1 viene detto **Unity Gain**. Si tratta di un caso particolare in cui il numero di ADU in uscita dall'ADC è esattamente uguale al numero di elettroni liberati nel rispettivo pixel.

In altre parole, quando la fotocamera lavora in Unity Gain, il dato numerico che leggiamo in corrispondenza di un pixel nel file prodotto dalla fotocamera indica esattamente il numero di elettroni che sono stati liberati in quel pixel.

Lo Unity Gain non è sempre la scelta migliore

Lo Unity Gain viene spesso citato come migliore scelta possibile per il guadagno della fotocamera. C'è del vero in questa affermazione, ma solo in un caso ideale: quando entrano in gioco altri tipi di rumore, oltre a quello di quantizzazione, scegliere lo Unity Gain potrebbe non essere la migliore opzione.

Giustificherò questa conclusione nei prossimi capitoli. Per il momento mi limiterò ad indicare le ragioni a favore dello Unity Gain, ovvero di G = 1 e per farlo analizzerò quello che succede impostando G > 1 oppure G < 1.

Iniziamo dal primo caso e supponiamo di avere G = 10. Supponiamo inoltre di avere 10 pixel in cui sono stati liberati rispettivamente 95, 96, 97, 98, …, 103, 104 elettroni. Per determinare le corrispondenti letture in output dobbiamo dividere per il guadagno G, ottenendo:

Eq. 51 $$[95, 96, 97, \dots, 104] \rightarrow round\left(\frac{[95,96,97,\dots 104]}{10}\right) = [10, 10, 10, \dots, 10]$$

In cui l'operatore *round* effettua un arrotondamento all'intero più vicino (visto che l'ADC genera solo numeri interi). Questo esempio mostra una perdita di risoluzione: non riusciamo a discriminare i dati rilevati dal sensore con una precisione sufficiente e di conseguenza, sprechiamo segnale.

Consideriamo adesso il caso in cui il guadagno è inferiore a 1, per esempio 0.5. Consideriamo ancora 10 pixel ipotizzando che in essi siano stati liberati 0, 1, 2, 3, …, 9 elettroni. Dividiamo di nuovo per il gain e questa volta troviamo:

Eq. 52 $$[0, 1, 2, 3, \dots, 9] \rightarrow round\left(\frac{[0,1,2,3,\dots,9]}{0.5}\right) = [0, 2, 4, 6, \dots, 18]$$

In questo caso non sfruttiamo a dovere l'ADC. Infatti, quest'ultimo sarebbe potenzialmente in grado di discriminare una tensione equivalente all'emissione mezzo elettrone, tuttavia questo non è possibile in quanto viviamo in un universo dominato dalla meccanica quantistica e pertanto non è possibile emettere mezzo elettrone. In questo specifico esempio, il bit di ordine inferiore nell'output dell'ADC sarà sempre a zero: di fatto, è come lavorare con un ADC dotato di un bit in meno.

Sotto certi aspetti, il caso G > 1 corrisponde a una situazione di **sotto-campionamento** (**undersampling**), mentre quella con G < 1 corrisponde a una situazione di **sovra-campionamento** (**oversampling**).

Potremmo dire che, **in condizioni ideali**, lo Unity Gain è quindi una situazione ottimale dal punto di vista del campionamento. **Ciò non significa automaticamente che essa sia anche la soluzione ottimale in assoluto**, considerati tutti i punti di vista.

Se la trasmissione del segnale tra sensore e ADC fosse perfetta (priva di rumore), lo Unity Gain sarebbe un compromesso perfetto. **In realtà il rumore elettrico c'è sempre ed è bene campionare anch'esso**: disporre di informazioni sul rumore è la chiave di volta per cercare di ridurne l'effetto in post produzione (effettuando una media di esposizioni multiple).

Un altro motivo per cui non esiste nulla di magico nello Unity Gain è dato dal fatto che esso, semplicemente, **non esiste nel mondo reale**. Non è assolutamente possibile creare un amplificatore con un guadagno così preciso, in tutte le condizioni operative (per esempio al variare della temperatura), da produrre un guadagno di sistema esattamente uguale a 1. Potrà essere 0.999 oppure 1.002, ma mai esattamente 1.

Infine, nel dubbio è meglio un leggero sovracampionamento (G < 1), piuttosto che un sottocampionamento (G > 1), soprattutto nelle camere CMOS (che tendenzialmente hanno un

ADC con minore risoluzione) e con soggetti ripresi in banda stretta (istogramma molto appiattito).

Esistono inoltre altri argomenti a favore di un guadagno inferiore allo Unity Gain, ma su questo ritornerò nei successivi capitoli.

Guadagno, Gain e sensibilità ISO

Il guadagno dell'amplificatore K_G è generalmente fisso nelle fotocamere CCD, mentre invece è sempre regolabile dall'utente nelle fotocamere CMOS. Poiché il guadagno della fotocamera G è ovviamente dipendente da K_G, possiamo affermare che nelle fotocamere CMOS il valore di G può essere regolato dall'utente.

Tutti i fotografi che utilizzano una fotocamera digitale, compresa quella integrata negli smartphone, utilizzano la regolazione di G, anche se lo fanno in modo inconsapevole.

La sensibilità ISO altro non è che un'espressione del guadagno ed il suo valore è inversamente proporzionale a G.

Per le fotocamere Canon lo Unity Gain (G = 1) corrisponde generalmente a sensibilità ISO attorno a 400. Sensibilità ISO più basse (per esempio 100 o 200) corrispondono a valori di G più alti (> 1), quindi servono diversi elettroni per produrre l'incremento di una ADU in output. Al contrario, sensibilità ISO più elevate corrispondono a valori di G più bassi (G < 1) e quindi un singolo elettrone in più produce un incremento di diverse ADU in output. Spesso le fotocamere Nikon hanno uno Unity Gain corrispondente a sensibilità ISO leggermente più elevate rispetto a Canon, ma il ragionamento complessivo non cambia.

Il termine **sensibilità ISO nasce per motivi storici**: per semplificare il passaggio dalla pellicola al digitale, le prime fotocamere hanno sfruttato una terminologia che fosse familiare ai fotografi, i quali erano abituati a scegliere la pellicola più adatta ad un certo ambito sulla base della sua sensibilità alla luce (misurata in ASA o nella scala ISO).

Per le fotocamere ad uso astronomico questa esigenza non sussiste (anche se renderebbe la vita più semplice a chi arriva alle fotocamere dedicate da una reflex). Per questa categoria di fotocamere si utilizza piuttosto il termine **Gain**. Anche in questo caso, c'è una relazione diretta tra Gain e guadagno dell'amplificatore K_G (aumentando il Gain aumenta K_G e viceversa) e una relazione inversa con il guadagno G della fotocamera (aumentando il Gain diminuisce il guadagno G e viceversa).

In buona sostanza, i concetti di "sensibilità ISO" e "Gain" sono sostanzialmente equivalenti. Entrambi possono essere visti come "manopole" che regolano il guadagno dell'amplificatore della fotocamera (esattamente come la manopola del volume di un amplificatore audio).

C'è una sola possibile differenza tra sensibilità ISO e Gain: si tratta del modo in cui essi vengono "mappati" in un preciso valore di K_G. La relazione tra sensibilità ISO e K_G è lineare, quella tra Gain e K_G potrebbe non esserlo. Per valutare meglio questo aspetto ricorrerò a degli esempi.

Esempio 1: sensore KAF-8300 allo Unity Gain

Sfogliando il datasheet del sensore KAF-8300, un componente molto popolare nell'ambito delle fotocamere CCD, si scopre che la sua sensibilità di uscita ω è di 23 μV/e- e la sua Full Well Capacity è di 25500 elettroni. Supponiamo di utilizzare un convertitore A/D da 16 bit con una tensione massima di ingresso di 5 V, per cui ogni ADU corrisponde ad una tensione di ingresso di:

Eq. 53 $$\frac{5}{2^{16}} = 0.0000763\ V$$

Se vogliamo utilizzare il sensore in condizioni di Unity Gain, dobbiamo far sì che ogni elettrone produca in output questa tensione. Dobbiamo quindi amplificare la tensione di output del sensore di un fattore:

Eq. 54 $$K_G = \frac{0.0000763}{0.000023} = 3.317$$

In condizioni di saturazione, il segnale di uscita del sensore sarà:

Eq. 55 $$S_{sat} = FWC * \omega = 22500 * 23\ 10^{-6} = 0.5175\ V$$

A valle dell'amplificatore il segnale in uscita sarà:

Eq. 56 $$S'_{sat} = K_G\ S_{sat} = 3.317 * 0.5175 = 1.717\ V$$

Ed infine, considerato che questo è l'input del convertitore A/D e che esso produce in output una ADU per ogni 7.63 10^{-5} V (Eq. 49) ne consegue che l'output del convertitore A/D sarà:

Eq. 57 $$S_{ADU} = \frac{S'_{sat}}{G} = \frac{1.717}{7.63*10^{-5}} = 22500\ ADU$$

Pertanto, siamo a tutti gli effetti in condizioni di Unity Gain, come volevasi dimostrare:

Esempio 2: Canon EOS 7D Mark II

Al momento in cui scrivo questa è la mia fotocamera principale per uso generalista ed è stata anche la fotocamera che ho usato per l'astrofotografia prima di effettuare l'upgrade ad una camera dedicata. Per questa fotocamera lo Unity Gain corrisponde ad una sensibilità ISO di circa 240. Nella seguente tabella riporto i dati del guadagno G e del suo inverso 1/G in funzione della sensibilità ISO:

Sensibilità ISO	G [e-/ADU]	1/G [ADU/e-]
100	2.74	0.366
200	1.34	0.746
400	0.67	1.493
800	0.34	2.941
1600	0.168	5.952
3200	0.084	11.905

Sensibilità ISO	G [e-/ADU]	1/G [ADU/e-]
6400	0.042	23.810
12800	0.021	47.619

Tabella 1

Rappresentando graficamente i dati presentati nella tabella pare evidente che tra di essi sussiste una perfetta linearità (Figura 38).

Pertanto, possiamo concludere che la sensibilità ISO della 7D Mark II è direttamente proporzionale a 1/G e quindi direttamente proporzionale al guadagno dell'amplificatore.

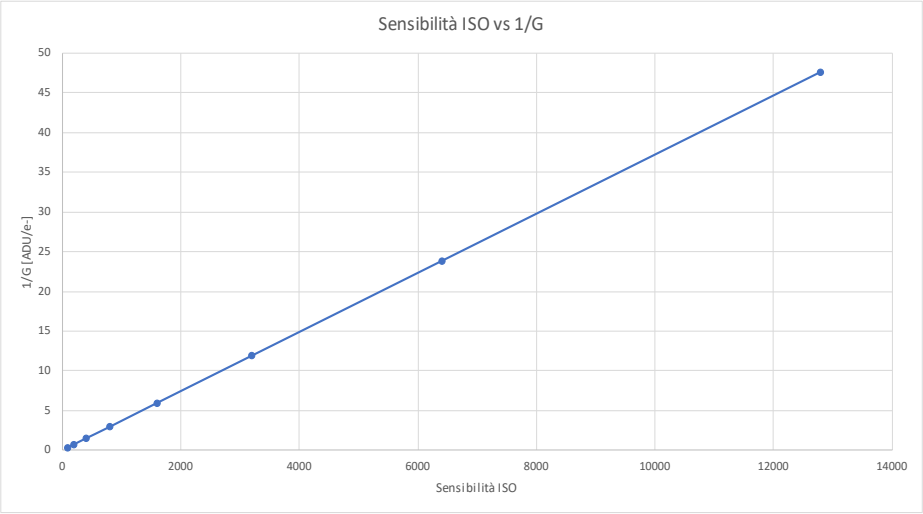


Figura 39 - Sensibilità ISO vs 1/G nella Canon EOS 7D Mark II

Esempio 3: QYHCCD QHY163M

Questa è la mia attuale fotocamera per utilizzo astronomico e ho pubblicato una recensione approfondita, comprensiva di diverse misurazioni (vedi Beltrame in Bibliografia). In questo

contesto voglio solo sottolineare il fatto che, per questa specifica fotocamera, la relazione tra Gain e guadagno dell'amplificatore non è affatto lineare, ma esponenziale.

I dati rilevati[4] sono i seguenti:

Gain	G [e-/ADU]	1/G [ADU/e-]
60	2	0.5
120	1	1
180	0.5	2
240	0.25	4
300	0.125	8
360	0.0625	16
420	0.03125	32
480	0.015625	64
540	0.007813	128

Tabella 2

Il grafico risultante (Figura 39) conferma la natura esponenziale del legame tra Gain e amplificazione: ogni aumento di 60 unità del Gain produce il raddoppio del guadagno dell'amplificatore (e quindi il dimezzamento del guadagno della fotocamera espresso in e-/ADU).

[4] Per essere più preciso, i dati presentati sono un'elaborazione delle mie misure. Ho inoltre effettuato alcuni arrotondamenti al solo fine di rendere più semplice questo esempio

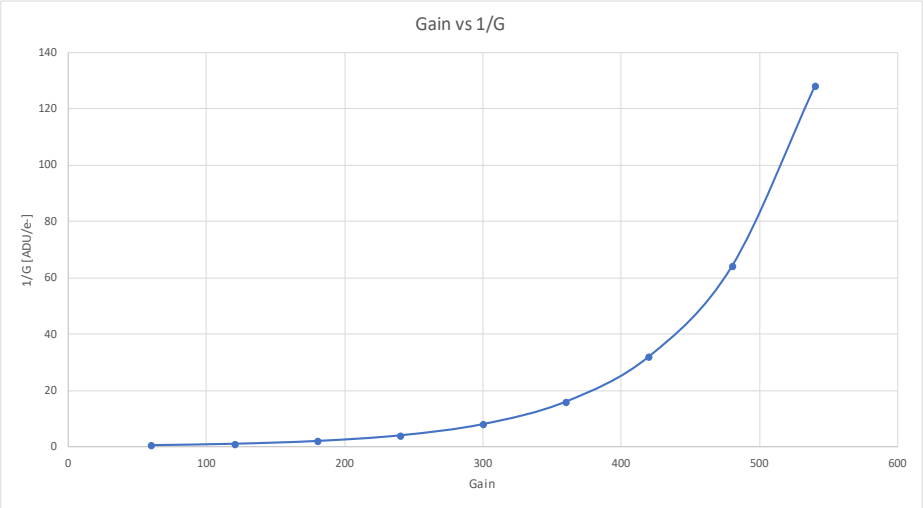


Figura 40 - Gain vs inverso del guadagno nella QHY163M

Per questa specifica fotocamera ho anche misurato una sostanziale equivalenza tra un Gain di circa 180 e una sensibilità ISO pari a 1600. Combinando i risultati presentati si ottiene questa tabella di equivalenza:

Gain	Sensibilità ISO equivalente
0	200
60	400
120	800
180	1600
240	3200
300	6400
360	12800
420	25600
480	51200
540	102400

Tabella 3

Devo di nuovo sottolineare che questa tabella vale solamente per questa specifica fotocamera. In generale, il costruttore è libero di fissare qualsiasi tipo di relazione tra Gain e relativo guadagno dell'amplificatore a livello di driver della fotocamera. Tra l'altro, le prime versioni del driver di questa stessa fotocamera utilizzavano valori di Gain 10 volte inferiori rispetto agli attuali (per esempio, l'attuale Gain = 300 corrisponde al precedente Gain = 30).

Per ogni specifica fotocamera è quindi necessario consultare la manualistica o procedere ad una misurazione autonoma del guadagno di sistema in relazione al Gain. Su questo argomento ritornerò nei capitoli successivi.

Full Well Capacity e amplificazione

Finora ho parlato della FWC come di un parametro fisso e, da un punto di vista fisico, è proprio così. La FWC dipende da due sole cose: la tecnologia costruttiva e la dimensione del pixel (fermo restando un limite fisico di circa 2000 elettroni per micron quadrato).

Tuttavia, esiste un altro limite a ciò che può essere "contenuto" in un pixel dal punto di vista informativo: si tratta del massimo numero producibile in output dall'ADC, a sua volta funzione del numero di bit dell'ADC stesso e pari a $2^n - 1$, essendo n il numero di bit.

Abbiamo anche visto che possiamo definire un guadagno della fotocamera G come rapporto tra il numero elettroni e la corrispondente lettura in ADU:

Eq. 58 $$S_e = G\, S_{ADU}$$

Per entrambi valgono quindi delle limitazioni, che possiamo scrivere come:

Eq. 59 $$S_e \leq FWC; S_{ADU} \leq 2^n$$

Combinando le Eq. 54 e Eq. 55 otteniamo:

Eq. 60 $$S_e = G\, S_{ADU} \leq G\, 2^n$$

E in definitiva, per quanto riguarda il segnale in elettroni:

Eq. 61 $$S_e \leq min(FWC, 2^n G)$$

Pertanto, in condizioni di bassa amplificazione (G > 1), il segnale in elettroni tende ad essere limitato dalla FWC, mentre ad alto guadagno (G < 1) il limite è imposto dall'ADC. Ricordando che esiste proporzionalità diretta tra l'inverso del guadagno e la sensibilità ISO, possiamo riscrivere la Eq. 57 come:

Eq. 62 $$S_e \leq min(FWC, \frac{2^n}{\kappa\, ISO})$$

dove κ è una costante (definita dalla Eq. 72 nel successivo CAPITOLO 14). Se ora introduciamo un parametro FWC* definito in questo modo:

Eq. 63 $$FWC^* = \frac{2^n}{\kappa\, ISO}$$

Otteniamo la versione finale del segnale massimo in elettroni:

Eq. 64 $$S_e \leq min(FWC, FWC^*)$$

Il parametro FWC*, che potremmo definire come **Full Well Capacity effettiva**, stabilisce la condizione in cui si giunge alla saturazione dell'output a causa dei limiti della conversione analogico/digitale.

Ricordo che Gain e sensibilità ISO esprimono entrambi, ma con metriche diverse, il valore del guadagno dell'amplificatore.

Per la sensibilità ISO la relazione è di tipo lineare, per cui possiamo scrivere semplicemente:

Eq. 65 $$K_G = \gamma\, ISO$$

In cui γ è una costante e K_G è al solito il guadagno dell'amplificatore. Nel caso delle fotocamere, come abbiamo visto, la relazione tra guadagno dell'amplificatore e Gain può essere più complessa e possiamo esprimerla in forma generica in questo modo:

Eq. 66 $$K_G = \Gamma(Gain)$$

In cui Γ() è una funzione arbitraria stabilita dal costruttore della fotocamera. La Eq. 59 viene quindi riscritta come:

Eq. 67 $$FWC^* = \frac{2^n}{\Gamma(Gain)}$$

Ma in questo caso, per sostenere che FWC* diminuisce all'aumentare del Gain, occorre supporre che la funzione Γ sia **monotona crescente**, come effettivamente è.

Il grafico di Figura 40 riassume i concetti espressi finora. La linea verde rappresenta il massimo valore possibile in output, espresso in elettroni; questo valore deve essere inferiore sia alla FWC (arancione) che alla FWC* (blu), quest'ultima funzione del guadagno di sistema G.

Molto spesso, in testi e recensioni, si riporta il valore della FWC in funzione del guadagno. Occorre ricordarsi che il dato riportato è in realtà il minore tra FWC e FWC*.

Essendo infatti un dato fisico e tecnologico, la FWC non cambia al cambiare del guadagno, Un altro modo di giungere alla stessa conclusione è considerare che, essendo il sensore posto a monte dell'amplificatore, quest'ultimo non può avere alcun effetto sulla FWC.

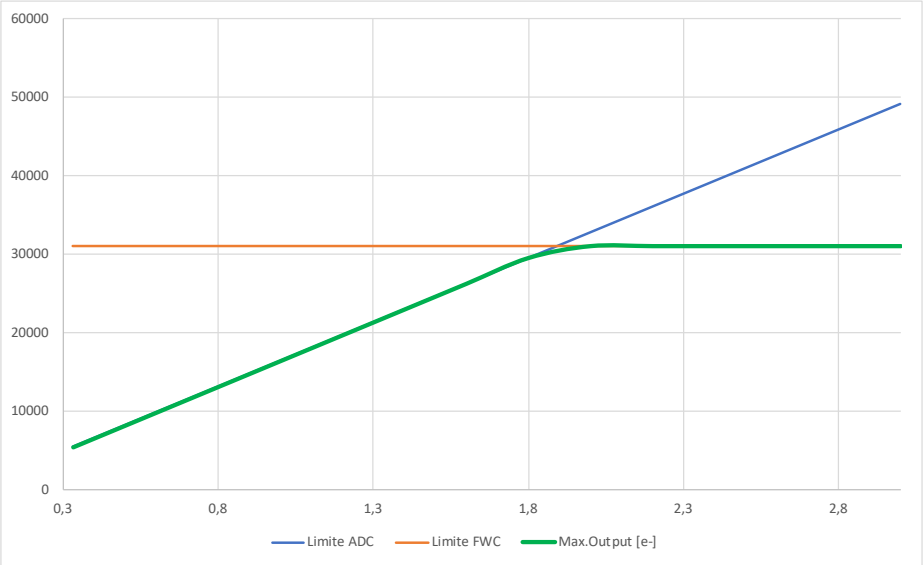


Figura 41 - Output massimo in elettroni in funzione del guadagno

CAPITOLO 13

L'OFFSET E LA SUA RELAZIONE CON IL GAIN

Per gli astrofotografi il concetto di **Offset** è una scoperta recente: le fotocamere CCD e le fotocamere CMOS ad uso generale (reflex, mirrorless, ecc.) non espongono all'utente una regolazione di offset, ma piuttosto ne fissano il valore in fabbrica.

Per spiegare che cos'è un l'Offset e qual è il modo migliore di impostarlo, credo sia utile tornare all'esempio del sensore KAF-8300 riportato nel CAPITOLO 12: ogni elettrone liberato in un pixel produce una tensione di 23 µV. Considerando che molti soggetti astronomici sono così deboli da produrre solo 1-2 elettroni liberi al minuto, anche con lunghe esposizioni il numero totale di elettroni liberati per pixel sarà di qualche decina appena. Come risultato finale, possiamo attenderci che questi pixel producono in output anche meno di 1 mV.

Si tratta di un segnale di livello decisamente ridotto, tale da essere facilmente sovrastato dal rumore elettrico presente in qualunque circuito. Nel CAPITOLO 3 ho già anticipato il fatto che il rumore si somma al segnale in senso algebrico e pertanto può aumentarne o diminuirne il valore. Se il segnale è debole, la sovrapposizione del rumore può produrre anche una somma negativa.

Tuttavia, un convertitore A/D non produce mai risultati negativi e pertanto tronca a zero la somma di segnale e rumore.

Troncare a zero è sempre deleterio. Da un lato, eliminiamo sia rumore che segnale. D'altro canto, se il rumore non è rappresentato correttamente, non sarà possibile applicare le tecniche di media che consentono di ridurne notevolmente l'entità.

In Figura 41 ho riportato un esempio di quello che può accadere: esistono dei punti (esempio: 2, 9, 10, 12, 15, 16, 19, …) in cui la somma del segnale (blu) e del rumore (grigio) dà luogo ad un totale (arancio tratteggiato) negativo. In corrispondenza di quei punti, l'output (verde) diventa zero.

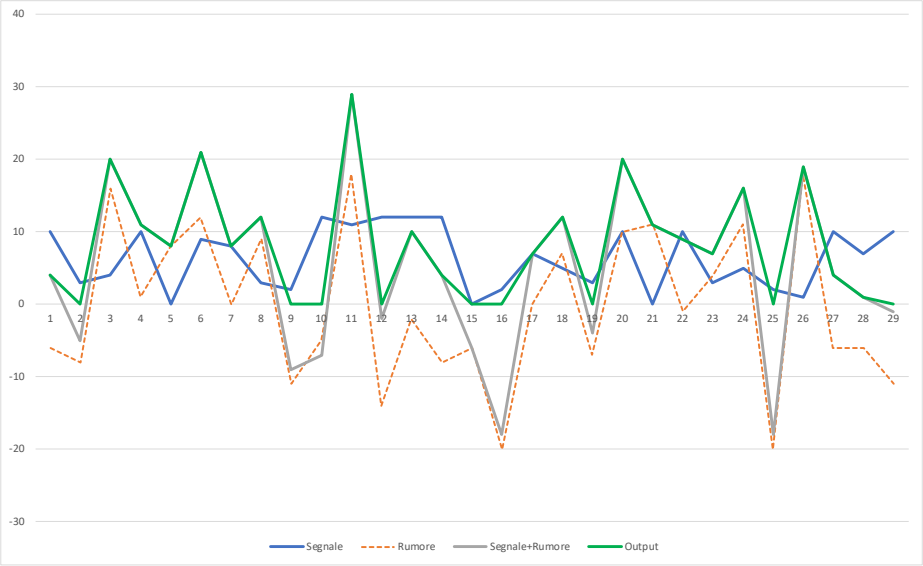


Figura 42 - Esempio di troncamento dell'output

Se anche fossimo in grado di discriminare il rumore dal segnale, quest'ultimo non potrebbe mai avere somma zero, in quanto non ci sarebbe nessun dato negativo a controbilanciare quelli positivi. Ne consegue che, in assenza di altre contromisure tecnologiche, le procedure di stacking delle immagini per migliorare il rapporto segnale/rumore non potrebbero funzionare.

Il metodo utilizzato per risolvere il problema è quello di sommare una tensione costante, detta **Offset o Bias**, al segnale prima della sua conversione in forma digitale. In Figura 42 ho rappresentato l'aggiunta di un offset al segnale: in questo caso il rumore non è mai grande abbastanza da produrre una somma negativa e quindi il troncamento del segnale.

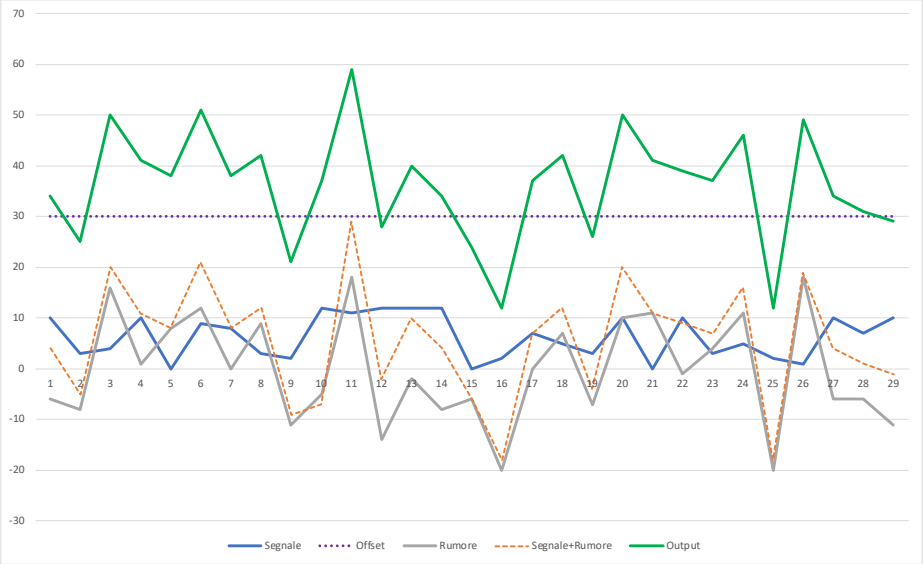


Figura 43 - Aggiungendo un offset opportuno il segnale non diventa mai negativo

In tutte le fotocamere astronomiche CCD la tensione di offset è determinata dal costruttore e non è modificabile dall'utente. Canon ha sempre utilizzato un offset piuttosto corposo per le proprie reflex (equivalente a 2048 ADU per le reflex con ADC a 14 bit). Al contrario, Nikon ha ignorato il problema fino al recente passato, non utilizzando un offset: è una pratica del tutto lecita nell'ambito della fotografia generalista, ma è una pratica deleteria per l'astrofotografia (questo è stato uno dei motivi per cui la maggior parte degli astrofotografi utilizzava reflex Canon). Negli ultimi anni anche Nikon ha iniziato ad utilizzare un offset (attorno alle 500-600 ADU) e ad offrire modelli specificamente pensati per l'astronomia, per cui il problema non sussiste più.

Le fotocamere astronomiche con tecnologia CMOS consentono invece all'utente di impostare il proprio Offset preferito, sulla base delle condizioni operative prescelte. Si tratta per certi versi

di una complicazione in più, in quanto il concetto di Offset non è affatto chiaro per la maggior parte degli astrofotografi, che quindi si trovano spesso in imbarazzo rispetto alla scelta di questo parametro.

La scelta del valore dell'offset va effettuata tenendo presenti due criteri fondamentali:

- Se l'offset è troppo basso il suo effetto sarà insufficiente e si avrà troncamento dei dati;
- Se l'offset è troppo alto si perderà parte del range dinamico.

Il primo criterio dovrebbe essere auto-esplicativo. Riguardo al secondo, consideriamo un esempio estremo: un ADC a 12 bit (output da 0 a 4095) e un offset pari a 2048 ADU (il 50% del valore massimo gestibile dall'ADC). Da un punto di vista pratico, è come se sommassimo 2048 a ciascun pixel: tutti quelli con valore maggiore o uguale a 2048 satururerebbero e l'output risulterebbe compreso tra 2048 e 4095. L'immagine sarebbe molto più luminosa del normale, ma questo non sarebbe un grosso problema in quanto potremmo sempre sottrarre un valore costante uguale all'offset (2048) durante l'elaborazione dell'immagine. Tuttavia, ora i pixel avrebbero valori compresi tra 0 e 2047: praticamente avremmo perso un bit di risoluzione e uno stop intero di range dinamico!

Lo stesso concetto è rappresentato graficamente in Figura 43. Il segnale originale è rappresentato dal rettangolo grigio a sinistra: la sua altezza esprime il suo range dinamico DR, ovvero il rapporto tra il massimo ed il minimo livello presenti nell'immagine. Aggiungere un offset significa traslare questo rettangolo verso l'alto e, se l'offset è elevato, troncare una parte del rettangolo (tutta quella che viene a trovarsi al di sopra della linea che rappresenta l'output massimo dell'ADC, funzione della sua risoluzione in bit). Una volta che l'offset è stato sottratto in fase di elaborazione delle immagini, il rettangolo che rimane è più basso e quindi caratterizzato da un minore range dinamico DR'.

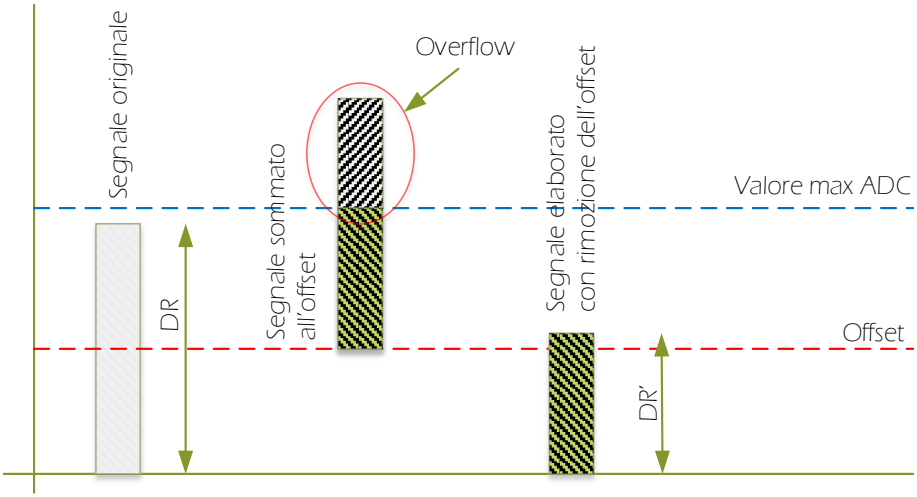


Figura 44 - Perdita di range dinamico a causa di un Offset elevato

La scelta dell'offset deve quindi essere effettuata tenendo conto di questo aspetto. La complicazione maggiore nasce dal fatto che il valore ideale di Offset dipende dal Gain selezionato. Infatti, l'offset viene sommato immediatamente a valle dell'amplificatore e monte dell'ADC. Se in ingresso all'amplificatore segnale e rumore si sommano in modo tale da dare luogo a un picco negativo, questo picco sarà amplificato di un valore pari al guadagno dell'amplificatore e pertanto occorrerà un valore di offset più alto per evitare un troncamento a zero.

La regola generale è dunque che quando si aumenta il gain si deve aumentare anche l'offset e viceversa.

Poiché il Gain della fotocamera influenza il guadagno dell'amplificatore secondo una curva definita dal singolo costruttore, non è possibile definire una regola generale per determinare l'Offset ottimale in base al gain.

Naturalmente, per una specifica fotocamera è possibile definire un andamento "tipo". Per esempio, per la mia QHYCCD QHY163M è consigliabile un Offset pari a circa il 40-50% del valore del Gain (vedi Beltrame in Bibliografia), ma questa regola non può certo essere generalizzata. Per esempio, la stessa fotocamera è stata introdotta sul mercato con un driver in cui i valori di Gain avevano una scala pari a un decimo di quella attuale (un Gain di 30 con il vecchio driver coincide con un Gain di 300 con le nuove release del driver). Pertanto, la regola che ho citato non è nemmeno applicabile a tutte le versioni di driver della stessa fotocamera!

Ragionare in elettroni

Un modo migliore di determinare l'offset sarebbe quello di calcolarlo in elettroni, sulla base del rumore di lettura. Per esempio, se l'offset è cinque o più volte superiore al rumore di lettura (entrambi espressi in elettroni), allora quest'ultimo difficilmente potrà assumere valori tanto negativi da portare ad un troncamento.

L'approccio è corretto, ma problematico da applicare. Occorre infatti conoscere tutte le specifiche tecniche della propria fotocamera, compresa l'espressione dell'offset in elettroni. Sfortunatamente, non ho mai visto questo dato tra le caratteristiche tecniche delle fotocamere, anche se misurarlo non è proibitivo. Resta però il fatto che questa relazione dipende dall'implementazione del driver della fotocamera.

Il metodo empirico

Esiste tuttavia un modo empirico e molto semplice di determinare un valore corretto per l'Offset: basta eseguire un'esposizione del cielo e verificare che l'istogramma si avvicini all'origine senza toccarla.

In Figura 44 ho riportato tre esempi di istogramma. In quello al centro l'istogramma è chiaramente a contatto con l'asse delle ordinate e pertanto l'offset è insufficiente. In quello a destra la separazione c'è, ma è molto netta: si tratta di un tipico esempio di offset eccessivo.

L'istogramma a sinistra mostra invece un buon compromesso: nessun contatto con l'asse delle ordinate ma la separazione è appena percettibile. **In caso di dubbio, meglio comunque abbondare che troncare il segnale**.

Figura 45 - Esempio di offset corretto (sinistra), insufficiente (centro), eccessivo (destra)

CAPITOLO 14

SENSIBILITÀ ISO ELEVATA = MENO RUMORE!

L'affermazione contenuta nel titolo appare del tutto paradossale e priva di senso. Chiunque abbia provato ad utilizzare in modo (semi)manuale una fotocamera sa che le fotografie scattate con sensibilità ISO elevate tendono ad essere molto rumorose (per usare una terminologia più corretta, hanno un basso rapporto segnale/rumore). La stessa cosa avviene con le fotocamere astronomiche che permettono di regolare il Gain perché, come abbiamo visto nel CAPITOLO 13, sensibilità ISO e Gain sono due aspetti della stessa medaglia.

In questo capitolo mostrerò che in realtà il rumore introdotto dalla fotocamera, ovvero il rumore di lettura, diminuisce quando si aumenta il guadagno di amplificazione. Siamo quindi di fronte ad un paradosso, la cui soluzione arriverà alla fine del capitolo.

Rumore complessivo e rapporto segnale/rumore

Supponiamo che il rumore termico sia trascurabile, ipotesi senz'altro valida in quanto possiamo raffreddare il sensore fino alla sua temperatura limite di funzionamento e scegliere una durata di esposizione sufficientemente breve da rendere questa fonte di rumore insignificante (come dimostrato dalla Eq. 32 nel CAPITOLO 9). Per semplificare ulteriormente il ragionamento, supponiamo di essere nello spazio (zero inquinamento luminoso) e di poter trascurare anche il rumore di quantizzazione e le altre sorgenti minori di rumore.

Il rumore totale prodotto dalla fotocamera avrà quindi due sole componenti: lo shot noise N_i e il rumore di lettura N_r, quest'ultimo a sua volta composto da una parte di upstream N_{us} (a monte dell'amplificatore) e una parte di downstream N_{ds} (a valle dell'amplificatore). Il rumore totale N risulta quindi definito dalla relazione:

Eq. 68 $$N^2 = N_i^2 + N_r^2$$

Nel CAPITOLO 4 ho mostrato che il segnale per pixel, espresso in elettroni, vale:

Eq. 69 $$S_e = Q_e F = Q_e \, \Phi \, L^2 \, t$$

Per semplificare la notazione, indicherò con E il flusso di elettroni per pixel:

Eq. 70 $$E = Q_e \, \Phi \, L^2$$

Per cui il segnale può essere riscritto semplicemente come:

Eq. 71 $$S_e = E \, t$$

E lo shot noise risulta essere semplicemente:

Eq. 72 $$N_i = \sigma(S_e) = \sqrt{S_e} = \sqrt{E \, t}$$

dove $\sigma(x)$ indica al solito la deviazione standard della variabile x.

Se vogliamo ragionare in ADU, piuttosto che in elettroni, dobbiamo convertire questo risultato dividendo il segnale per il guadagno di sistema G. Sfruttando le proprietà della deviazione standard, otteniamo:

Eq. 73 $$N_i[ADU] = \sigma\left(\frac{Et}{G}\right) = \frac{1}{G} \, \sigma(Et) = \frac{1}{G} N_i \, [e-]$$

Veniamo ora al rumore di lettura, considerando le due componenti. Queste ultime non possono essere sommate con la consueta formula, in quanto dobbiamo tenere presente che il rumore di upstream viene a sua volta amplificato e va quindi diviso per G al fine di trovare la sua espressione in ADU:

Eq. 74 $$N_r^2[ADU] = \left(\frac{N_{us}}{G}\right)^2 + N_{ds}^2$$

Se invece vogliamo esprimere tutto in elettroni avremo:

Eq. 75 $$N_r^2[e-] = N_{us}^2 + G^2 N_{ds}^2$$

Nel CAPITOLO 12 ho mostrato che esiste una relazione di proporzionalità diretta tra sensibilità ISO e 1/G, per cui possiamo scrivere[5]:

Eq. 76 $$\frac{1}{G} = \kappa\, ISO$$

dove κ è una costante di proporzionalità.

La Eq. 71 viene quindi riscritta come:

Eq. 77 $$N_r^2[e-] = N_{us}^2 + \frac{N_{ds}^2}{\kappa^2\, ISO^2}$$

Ed infine, per il rumore totale, possiamo scrivere

Eq. 78 $$N^2 = E\ t\ + N_{us}^2 + \frac{N_{ds}^2}{\kappa^2\, ISO^2}$$

O anche:

Eq. 79 $$N = \sqrt{E\ t\ + N_{us}^2 + \frac{N_{ds}^2}{\kappa^2\, ISO^2}}$$

---

[5] Nel resto del capitolo utilizzerò la sensibilità ISO come "manopola" dell'amplificazione, per il solo fatto che essa è in rapporto lineare con il guadagno dell'amplificatore della fotocamera. Resta sottointeso il fatto che potrei utilizzare il termine Gain (vedi capitolo precedente) senza modifiche sostanziali al ragionamento esposto, ma dovendo complicare le equazioni per tenere conto di una legge di variazione del guadagno dell'amplificatore che non è lineare come nel caso della sensibilità ISO, ma espressa come funzione generica $\Gamma(Gain)$.

Il rumore totale, se espresso in elettroni, diminuisce all'aumentare della sensibilità ISO (del gain per le fotocamere astronomiche).

La motivazione fisica di questa stranezza è che la componente di downstream rimane costante, non essendo influenzata dall'amplificazione e pertanto la sua importanza relativa tende a diminuire man mano che l'amplificazione aumenta. L'andamento è riportato in Figura 45.

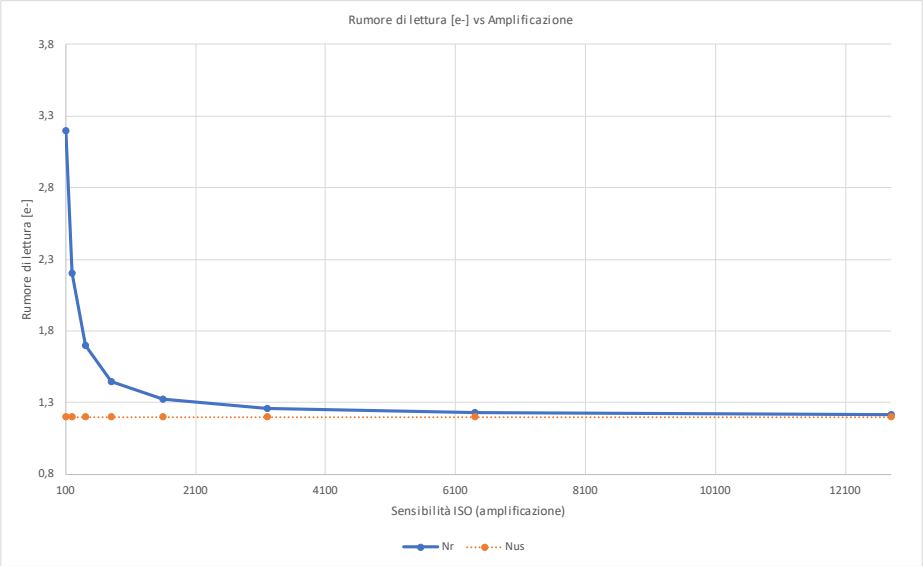


Figura 46 - Rumore di lettura in elettroni in funzione dell'amplificazione

Quello che ciascuno di noi vede in un file relativo ad un'immagine realizzata a sensibilità ISO/gain elevati diventa un po' più chiaro se ripetiamo il ragionamento il ADU piuttosto che in elettroni. In questo caso dobbiamo dividere segnale e rumore di upstream per il guadagno di sistema G, mentre il rumore di downstream risulta inalterato:

Eq. 80 $$N = \sqrt{\frac{Et}{G^2} + \frac{N_{us}^2}{G^2} + N_{ds}^2}$$

Ed utilizzando di nuovo la relazione della Eq. 72 troviamo:

Eq. 81 $$N_{ADU} = \sqrt{E\ t\ \kappa^2\ ISO^2 + N_{us}^2\ \kappa^2\ ISO^2 + N_{ds}^2}$$

E questa volta troviamo che il rumore totale, espresso in ADU, aumenta con la sensibilità ISO, ovvero con l'amplificazione, secondo l'andamento del grafico in Figura 46.

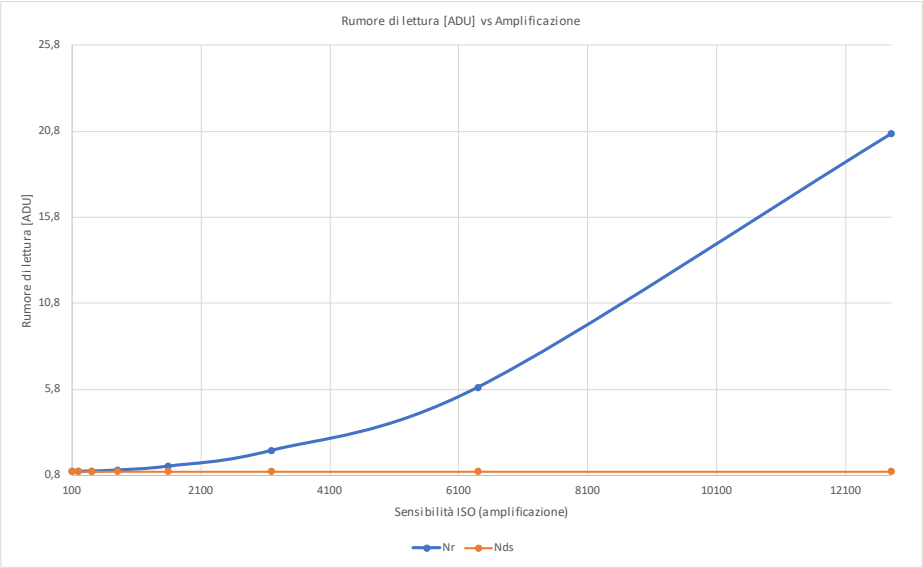


Figura 47 - Rumore di lettura in ADU in funzione dell'amplificazione

Siamo quindi di fronte ad un apparente paradosso: misurando il rumore totale in elettroni e in ADU, in funzione dell'amplificazione, otteniamo due andamenti diametralmente opposti. **Per dipanare la matassa è più conveniente ragionare in termini di rapporto segnale/rumore**.

Il rapporto segnale/rumore al variare della sensibilità ISO

Nel CAPITOLO 3 ho evidenziato il fatto che la quantità totale di rumore non è un dato molto significativo nella valutazione della qualità di un'immagine. Quest'ultima è molto più legata, anche visivamente, al rapporto segnale/rumore.

Il rapporto segnale/rumore **SNR** si ricava dalla sua definizione (Eq. 4) e dalle equazioni Eq. 67 e Eq. 77:

Eq. 82 $$SNR = \frac{E\ t}{\sqrt{E\ t + N_{us}^2 + \frac{N_{ds}^2}{\kappa^2 ISO^2}}}$$

Per una data scena (ovvero per un determinato flusso luminoso sul pixel corrispondente all'emissione di E elettroni al secondo), considerato che N_{us}, N_{ds} e κ sono parametri fissi della fotocamera, il rapporto segnale/rumore dipende esclusivamente dal tempo di esposizione e dall'amplificazione (sensibilità ISO/gain) prescelta.

Notiamo innanzitutto che, per un tempo sufficientemente lungo, tale per cui il prodotto E t sia molto maggiore degli altri due termini, possiamo scrivere:

Eq. 83 $$E\ t \gg N_{us}^2 + \frac{N_{ds}^2}{\kappa^2 ISO^2} \rightarrow Et + N_{us}^2 + \frac{N_{ds}^2}{\kappa^2 ISO^2} \cong Et \rightarrow SNR \cong \frac{Et}{\sqrt{Et}} = \sqrt{Et}$$

Quindi il rapporto segnale/rumore, per valori elevati del segnale, cresce con la radice quadrata del tempo di esposizione. Quando invece il segnale è debole, possiamo scrivere:

Eq. 84 $$Et \ll N_{us}^2 + \frac{N_{ds}^2}{\kappa^2 ISO^2} \rightarrow Et + N_{us}^2 + \frac{N_{ds}^2}{\kappa^2 ISO^2} \cong N_{us}^2 + \frac{N_{ds}^2}{\kappa^2 ISO^2} U^2 \rightarrow SNR \cong \frac{Et}{\mu}$$

In cui **μ** può essere considerato una costante (dipende solo dall'amplificazione impostata). **Nel caso di segnale debole, il rapporto segnale/rumore SNR cresce quindi linearmente con il segnale**.

Se si plotta il rapporto segnale/rumore in funzione del segnale E t si trova pertanto una curva che inizialmente è una retta con pendenza E/μ; si arriva quindi ad un "ginocchio" dove la

pendenza diminuisce e la curva diventa asintoticamente identica a quella della radice quadrata del segnale E t (Figura 47).

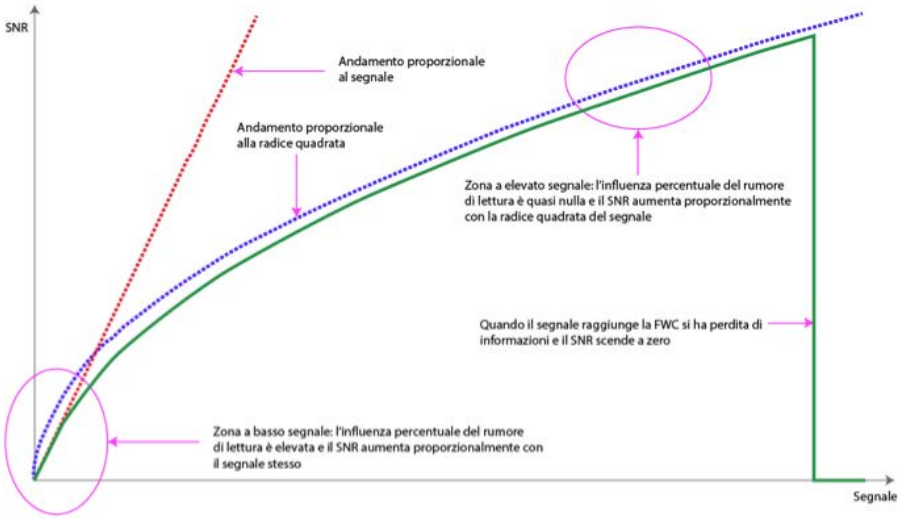


Figura 48 - Variazione del rapporto segnale/rumore in funzione del livello di segnale

In termini fotografici, aumentando di 2 stop il tempo di esposizione possiamo raddoppiare il rapporto segnale/rumore. Tuttavia, il segnale non può aumentare indiscriminatamente, in quanto prima o poi si raggiunge la Full Well Capacity, oppure il limite imposto dalla digitalizzazione del segnale in termini di bit. A quel punto il contenuto informativo del pixel diventa sostanzialmente nullo e il rapporto segnale/rumore crolla a zero.

Modificando l'amplificazione possiamo dunque incidere sul rapporto segnale/rumore. Se guardiamo con più attenzione la Eq. 78 ci troviamo di fronte un fatto piuttosto contro-intuitivo:

Per ogni dato livello di segnale, il rapporto segnale/rumore SNR aumenta all'aumentare dell'amplificazione (Gain o Sensibilità ISO)!

Il motivo è semplice: aumentando l'amplificazione (qui espressa mediante la sensibilità ISO), diminuisce l'apporto del rumore di downstream N_{ds}, quindi diminuisce il denominatore della Eq. 78 e in ultima analisi aumenta il SNR.

Possiamo vedere la cosa anche ragionando in termini di ADU: amplifichiamo il segnale E t e anche il rumore di upstream N_{up}, mentre il rumore di downstream N_{ds} non viene amplificato. Man mano che l'amplificazione aumenta, il rumore di downstream N_{ds} diventa quindi sempre più trascurabile rispetto agli altri due componenti.

Ovviamente c'è un inghippo, altrimenti tutti i fotografi utilizzerebbero sempre la massima sensibilità ISO disponibile. Anzi, probabilmente i costruttori non permetterebbero neppure di variare l'amplificazione.

Nel CAPITOLO 13 abbiamo visto che il segnale è limitato sia dalla FWC che dalla FWC* (FWC effettiva), quest'ultima funzione della risoluzione dell'ADC. In particolare, abbiamo visto che all'aumentare dell'amplificazione (ISO/Gain) e quindi al diminuire del guadagno della fotocamera, il segnale massimo in elettroni diminuisce.

Il grafico di Figura 48 illustra il concetto. In questo grafico sono confrontati i valori di SNR in funzione della durata dell'esposizione (se la scena è statica, il segnale E t dipende solo dal tempo t). entrambi gli assi sono logaritmici, per cui il grafico rappresenta a tutti gli effetti il SNR espresso in dB e l'esposizione in stop.

Come si può vedere, a bassi livelli di segnale il rapporto segnale/rumore aumenta all'aumentare della sensibilità ISO. Tuttavia, alla massima amplificazione (ovvero massima sensibilità ISO o massimo Gain), si raggiunge rapidamente la saturazione e a quel punto il valore di SNR precipita a zero perché abbiamo perdita di informazione.

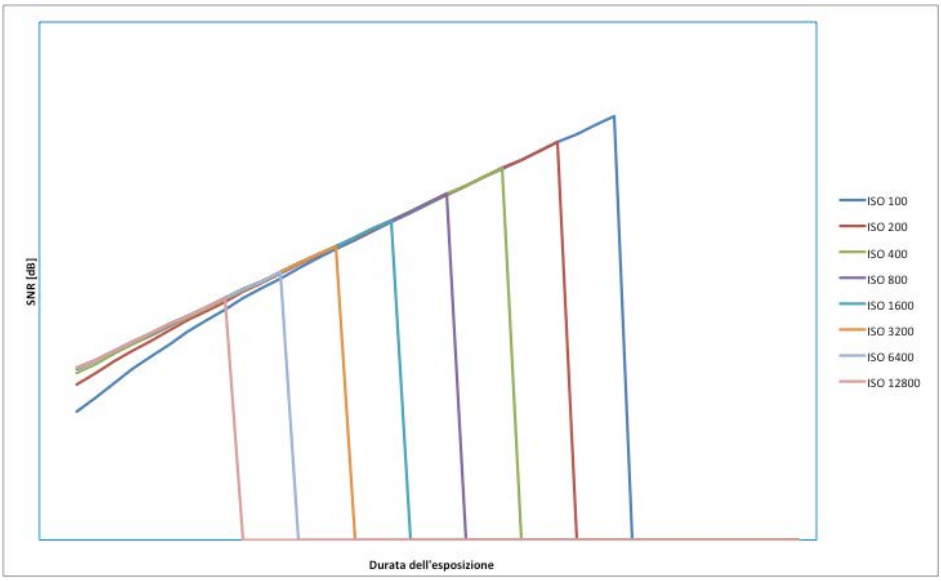


Figura 49 - Rapporto segnale/rumore in funzione dell'esposizione a diverse sensibilità ISO

ISO invarianza

Il fatto che le curve tendano a convergere è facilmente spiegabile: come abbiamo visto nella Eq. 79, con segnale elevato il contributo al rumore dovuto alla lettura del sensore diventa trascurabile e il rumore è dominato dallo shot noise dovuto alla natura quantistica della luce. In prima approssimazione il rapporto segnale/rumore è pari alla radice quadrata del segnale pertanto **è indipendente dall'amplificazione (sensibilità ISO/Gain) utilizzata**.

In realtà, la saturazione del segnale impedisce di ottenere questo risultato per tutti i livelli di amplificazione possibili. Infatti, ad amplificazione molto alta la saturazione del segnale arriva molto prima che il rumore di lettura del sensore diventi trascurabile (zona a destra del diagramma).

Supponiamo ora di disporre di un sensore caratterizzato da **una sezione post-amplificazione** (trasporto del segnale al convertitore analogico-digitale, conversione del segnale, ecc.)

perfetta, ovvero di essere in una situazione in cui il rumore di downstream N_{ds} è nullo. Poiché nella formula del rapporto segnale/rumore (Eq. 78) l'unico termine ad essere correlato all'amplificazione è proprio N_{ds}, ne deduciamo che il rapporto segnale/rumore diventa indipendente dall'amplificazione:

Eq. 85 $$N_{ds} = 0 \quad \rightarrow \quad SNR = \frac{Et}{\sqrt{Et + N_{us}^2}}$$

Ciò significa che, in questa situazione ideale, **il rapporto segnale/rumore è lo stesso per qualsiasi livello di amplificazione (fissato un certo livello di segnale)**. Nel mondo della fotografia generalista questa condizione è detta **ISO invarianza**. Se plottiamo la caratteristica di questo sensore otteniamo il seguente di Figura 49:

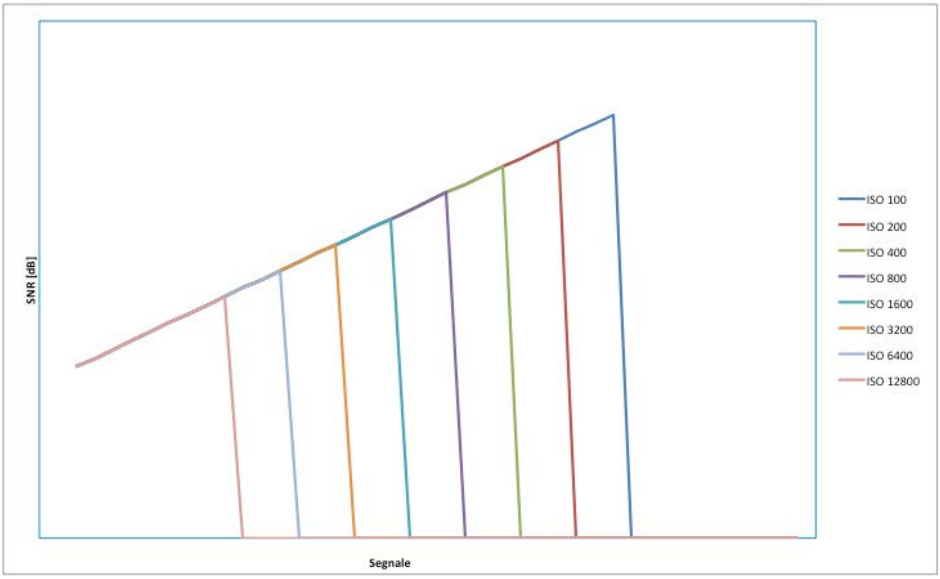


Figura 50 - SNR in funzione del segnale e dell'amplificazione

Una fotocamera con un simile sensore non avrebbe bisogno di una regolazione della sensibilità ISO. Infatti, sarebbe perfettamente identico amplificare il segnale in macchina (mediante la sensibilità ISO) oppure in post produzione (aumentando l'esposizione), perché si otterrebbe

esattamente lo stesso rapporto segnale/rumore. Di fatto, la regolazione della sensibilità ISO sarebbe inutile in una siffatta fotocamera.

Alcuni dei più recenti sensori di Sony (usati anche da Nikon) si avvicinano parecchio a questa situazione ideale, soprattutto per i livelli ISO bassi e medi. La ragione sta probabilmente nel fatto che la conversione analogico-digitale avviene direttamente sul sensore (su Canon viene realizzata dal processore Digic) e quindi si minimizzano i disturbi introdotti nel percorso tra l'uscita dell'amplificatore e il convertitore analogico/digitale.

Amplificazione e range dinamico

Nel CAPITOLO 11 ho fornito la definizione di range dinamico come rapporto tra la FWC e il rumore di lettura. In questo capitolo e nel precedente abbiamo visto che entrambi questi parametri sono legati all'amplificazione. Pertanto, anche il range dinamico DR sarà funzione dell'amplificazione e verrà definito in questo modo:

Eq. 86 $$DR(G) = \frac{S_e(G)}{N_e(G)}$$

La notazione $S_e(G)$ e $N_e(G)$ sta a ricordare che segnale e rumore, entrambi espressi in elettroni, sono anch'essi una funzione del guadagno.

In questo capitolo abbiamo visto che il rumore in espresso in elettroni diminuisce all'aumentare dell'amplificazione. Nel CAPITOLO 12 abbiamo visto che anche il segnale massimo, espresso in elettroni, diminuisce all'aumentare dell'amplificazione. Tuttavia, la diminuzione del segnale massimo non è in alcun modo limitata; al contrario, il rumore in elettroni presenta un minimo costituito dalla parte di upstream del rumore di lettura (N_{us}).

Combinando queste due osservazioni possiamo dedurre che la gamma dinamica tende rimanere relativamente costante all'inizio ma poi, all'aumentare dell'amplificazione, inizia inesorabilmente a diminuire.

Oltre un certo livello di amplificazione, il range dinamico inizia a diminuire molto rapidamente, in quanto il rumore diventa pressoché costante e il segnale massimo diminuisce linearmente

con l'amplificazione. In questa zona la curva del grafico del range dinamico (Figura 51), rispetto all'amplificazione, tende asintoticamente ad una retta a -45°. In termini di fotografia generalista, potremmo anche dire che, in questa zona, il range dinamico diminuisce di uno stop per ogni stop di sensibilità ISO.

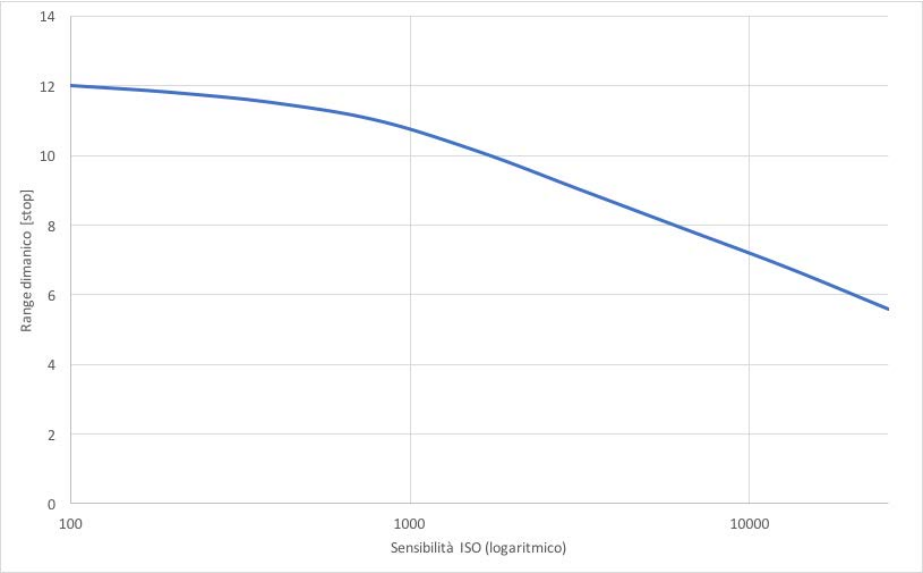


Figura 51 - Range dinamico vs amplificazione

CAPITOLO 15
SCEGLIERE IL GAIN O LA SENSIBILITÀ ISO

Adesso che le basi teoriche sono state gettate, possiamo ricavare alcune considerazioni che permettono di determinare il valore ottimale di gain/sensibilità ISO per una data situazione operativa.

Tempo di esposizione limitato

Supponiamo di essere in condizioni di **luce scarsa** e di **non poter aumentare il tempo di esposizione a piacimento**. Supponiamo inoltre di aver aperto al massimo il diaframma (per chi usa un obiettivo fotografico), per cui l'unico modo di aumentare il segnale è quello di aumentare il tempo di esposizione.

Questa situazione è tipica degli eventi sportivi indoor o in notturna, degli eventi al coperto e dei concerti. Questa situazione si applica anche alla fotografia astronomica a grandissimo campo, realizzata con reflex e obiettivi grandangolari. Generalmente, in questi casi si usa un treppiede convenzionale, piuttosto che una montatura equatoriale, pertanto la rotazione della Terra richiede tempi di esposizione tanto più brevi quanto maggiore è la lunghezza focale utilizzata (tipicamente l'esposizione sarà dell'ordine dei secondi per evitare che le stelle si trasformino in scie - dette star trail; nel caso di utilizzo di una montatura equatoriale, sono la precisione di quest'ultima, il rumore termico della fotocamera e, soprattutto, l'inquinamento luminoso che limitano il tempo massimo di esposizione).

La situazione è rappresentata dalla linea verticale tratteggiata nella Figura 51: il grafico è una variante di quello riportato in Figura 49 si riferisce dunque al rapporto segnale/rumore in dB in funzione del segnale, ma questa volta in ascissa c'è il tempo di esposizione in scala logaritmica. Ci si trova quindi a lavorare nella zona cerchiata, quella in cui le varie curve divergono maggiormente.

In questa zona è conveniente utilizzare amplificazioni (sensibilità ISO/Gain) elevate! Infatti, impostando per esempio ISO 100 si otterrebbe un rapporto segnale/rumore inferiore. Inoltre, poiché la foto risulterebbe quasi sicuramente sotto-esposta, sarebbe necessario aumentarne l'esposizione in post produzione, ma questo finirebbe per rendere ancora più visibile il rumore. L'aumento di luminosità in post produzione moltiplica infatti il valore di ciascun pixel per una certa costante, per cui il rapporto segnale/rumore rimane invariato (e basso).

L'affermazione "è meglio utilizzare sempre una bassa sensibilità ISO" è pertanto almeno parzialmente errata.

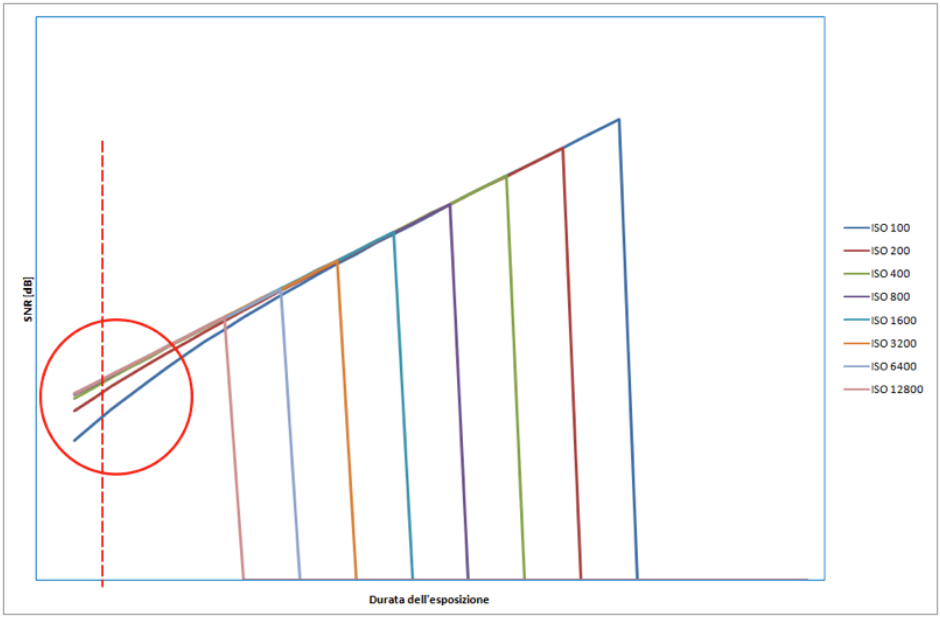


Figura 52 - La zona di lavoro con tempo di esposizione limitato

Un'ultima annotazione è d'obbligo: come si vede dalle curve, il vantaggio che si ha aumentando l'amplificazione in condizioni di segnale scarso tende a sfumare man mano che si sale verso amplificazioni sempre più elevate. Per esempio, nel caso di una reflex passare da ISO 100 a ISO 800 (+3 stop) fa aumentare considerevolmente il rapporto segnale/rumore, ma **passare da ISO 800 a ISO 6400 (ancora +3 stop) non produce altrettanto beneficio**. Inoltre, come abbiamo visto nel CAPITOLO 14, **all'aumentare dell'amplificazione diminuisce il range dinamico** e da un certo punto in su si ha un vero e proprio crollo. Si tratta quindi di trovare un compromesso tra queste due esigenze.

Le immagini che seguono costituiscono un esempio pratico di situazione a tempo di esposizione limitato. Entrambi i casi si riferiscono ad una partita di calcio, sport in cui per congelare il movimento dei calciatori occorre un tempo di esposizione di 1/1000" o inferiore (per congelare il movimento del pallone e per ottenere la massima nitidezza dell'immagine sarebbe preferibile orientarsi verso 1/2000" o 1/4000").

Figura 53 – Canon EOS 7D Mark II con EF 70-200 f/2.8L IS II USM + 1.4x III - 280 mm @ 1/2500" - f/4 - ISO 4000

Come si evince dai dati EXIF riportati nelle didascalie, la Figura 52 è stata realizzata a ISO 4000, mentre la Figura 53 a ISO 8000. Come si può vedere, con una corretta esposizione, o al limite con una leggera sovraesposizione che non provochi la saturazione dei bianchi, una moderna fotocamera (in questo caso una Canon EOS 7D Mark II) è in grado di produrre immagini perfettamente utilizzabili anche con amplificazioni che molti considerano proibitive.

Figura 54 - Canon EOS 7D Mark II con EF 70-200 f/2.8L IS II USM - 280 mm @ 1/2000" - f/2.8 - ISO 8000

Tempo di esposizione illimitato

Qualora il tempo di esposizione non sia limitato da una delle cause di cui al paragrafo precedente (praticamente in tutte le situazioni di luce abbondante) la situazione cambia radicalmente e si avvicina molto di più a quanto il "senso comune" dei fotografi (con non sempre è sinonimo di "buon senso") sostiene. Il grafico di Figura 54 rappresenta ancora il rapporto segnale/rumore in decibel e in funzione del livello del segnale (logaritmico, in stop), ma in questo caso le curve sono tracciate in condizioni di **tempo di esposizione normalizzato**.

Tutti i punti che hanno la stessa ascissa appaiono quindi "ugualmente luminosi" in una fotografia. Per esempio, i punti da 1 a 8 indicati nel diagramma hanno la stessa esposizione, ma essendo stati ottenuti a sensibilità ISO diverse abbiamo che:

$t_1 = 2\ t_2 = 4\ t_3 = 8\ t_4 = 16\ t_5 = 32\ t_6 = 64\ t_7 = 128\ t_8$

in cui t_i rappresenta il tempo di esposizione utilizzato nel punto i-esimo.

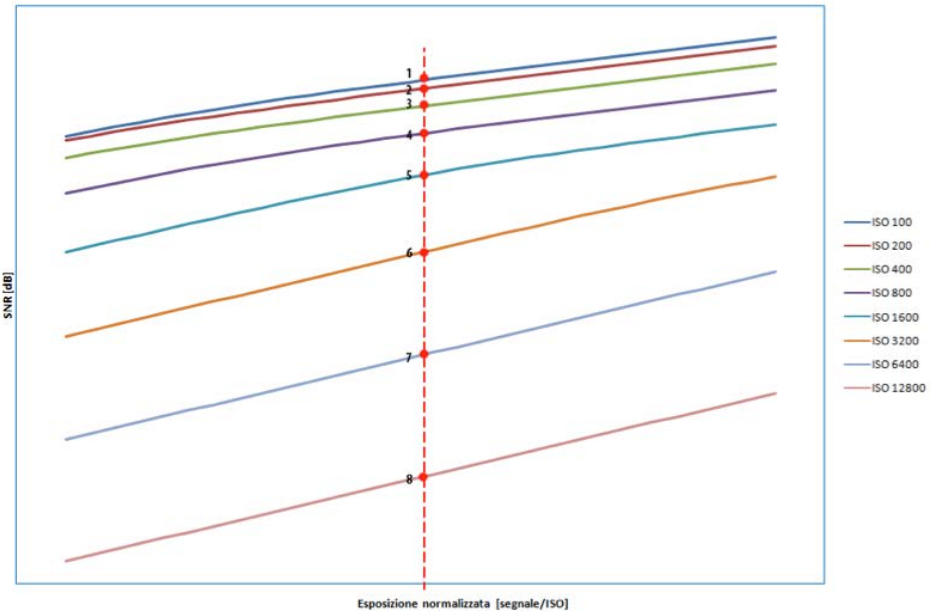


Figura 55 - SNR in funzione del segnale con esposizione normalizzata

In questo caso appare evidente che è preferibile aumentare il tempo di esposizione piuttosto che l'amplificazione. Purtroppo, non tutte le situazioni permettono di impostare a piacere il tempo di esposizione.

Occorre ricordare inoltre che queste curve non comprendono il rumore termico, che solitamente inizia a manifestarsi per esposizioni a partire da alcuni secondi. Questo aspetto è da tenere tanto più in considerazione quanto più alta è la temperatura, visto che il rumore termico aumenta esponenzialmente con essa.

Il miglior compromesso sull'amplificazione

Nei due paragrafi precedenti abbiamo esaminato due condizioni operative che possiamo definire **ideali**, nel senso che non hanno molto a che fare con le scene che tipicamente costituiscono il soggetto di una fotografia. Abbiamo infatti analizzato un ben determinato, ed unico, livello di segnale: sostanzialmente è quello che succede quando si fotografa uno sfondo di colore uniforme, ovvero il soggetto meno interessante dal punto di vista fotografico.

In realtà, una tipica scena presenta zone in ombra e zone molto luminose. Per esempio, nel caso dell'astrofotografia le zone di nebulosità o di polvere tendono ad essere molto flebili, se confrontate con la luminosità della stella. Sul sensore arriva dunque un ampio spettro di raggi di luce, alcuni molto intensi, altri molto deboli. In termini più precisi, la scena non può essere rappresentata con una semplice retta verticale, ma occorre fare riferimento ad una gamma di valori sull'asse delle ascisse.

Riprendendo il grafico di Figura 54, la zona in grigio della Figura 55 rappresenta l'intera gamma dei segnali provenienti dalla scena. In questa particolare situazione, che fa riferimento all'utilizzo di una reflex, qual è la migliore scelta che possiamo fare relativamente all'amplificazione?

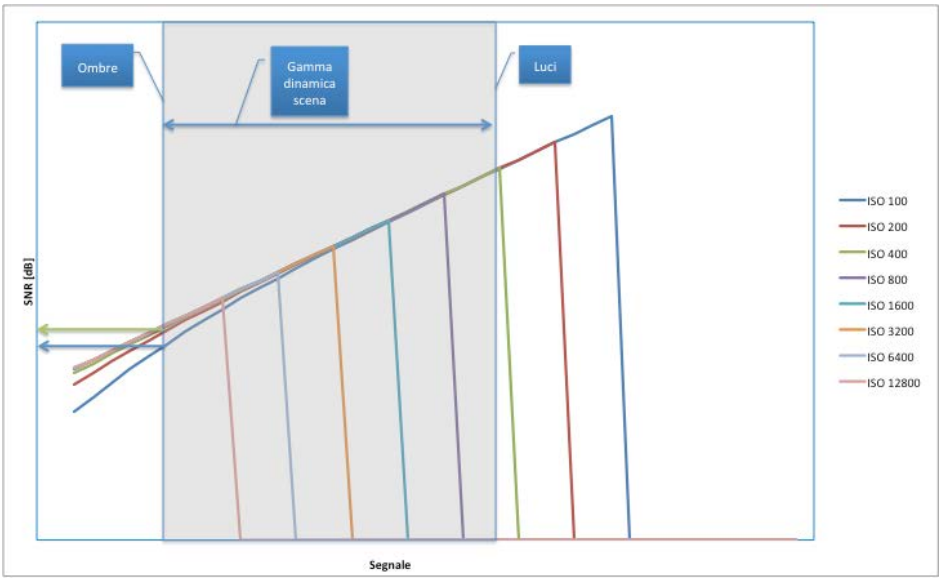


Figura 56 - SNR in funzione del range dinamico di una scena complessa

La risposta non è così difficile. Per evitare la sovraesposizione e la saturazione dei pixel che si trovano in corrispondenza delle luci, non possiamo utilizzare le sensibilità superiori a ISO 400 (curva verde). D'altra parte, se selezioniamo ISO 100 abbiamo un ampio margine relativamente al pericolo di sovraesporre, ma le zone corrispondenti alle ombre avranno un rapporto segnale/rumore inferiore rispetto al caso ISO 400. Le frecce verde e blu indicano rispettivamente le ordinate della curva ISO 400 e della curva ISO 100 nell'intersezione con la zona di minima luminosità della scena.

Appare quindi evidente che, **in questo particolare caso, la scelta di utilizzare una sensibilità ISO inferiore non paga.** Possiamo generalizzare questo risultato? Purtroppo, no. Le curve SNR/Segnale sono specifiche per ciascuna fotocamera ed è molto difficile stabilire delle regole quantitative che possano identificare, per ciascuna scena possibile, il miglior compromesso per la sensibilità ISO.

In linea di massima, possiamo dire che, per un dato tempo di esposizione, conviene selezionare la sensibilità ISO che consente di avvicinarsi il più possibile alla condizione di sovraesposizione,

senza superarla (fotografia generalista), oppure accettando di avere alcune stelle sature (astrofotografia).

La tecnica ETTR

Nei paragrafi precedenti abbiamo visto che, in termini generali, il rapporto segnale/rumore cresce all'aumentare del segnale, qualsiasi sia il tipo di fotocamera utilizzata. Abbiamo poi visto che, in situazioni in cui il tempo di esposizione è limitato, in presenza di segnale scarso è conveniente aumentare l'amplificazione. Infine, abbiamo dimostrato che la gamma dinamica scende all'aumentare dell'amplificazione, inizialmente in modo molto lento, poi in ragione di uno stop per ogni stop di aumento dell'amplificazione. Ciò ci permette di ricavare alcune utili conclusioni.

Per prima cosa, a sensibilità ISO basse conviene impostare l'esposizione in modo da ottenere il più alto livello di segnale possibile, ovviamente senza saturare il sensore. In questo modo si ottiene il migliore rapporto segnale/rumore possibile e, se del caso, si può intervenire in post produzione al fine di ridurre l'eccesso di luminosità. Questo approccio è definito **Expose To The Right (ETTR)**, ad indicare che l'istogramma dell'immagine è "spostato" verso destra, ovvero verso la zona delle luci.

Facciamo un esempio pratico, riferito alla fotografia comune: supponiamo che l'esposimetro indichi come corretta un'esposizione di 0.25 secondi (linea verticale rossa), ma noi ignoriamo questo consiglio e sovraesponiamo di 2 stop (linea verticale blu) aumentando il tempo di esposizione a 1 secondo (sempre nell'ipotesi di non saturare alcun pixel importante).

Supponiamo inoltre per semplicità di impostare la sensibilità ISO a 100 (curva blu). Le due intercette con i due livelli di esposizione ci forniscono il valore del rapporto segnale/rumore nei due casi, indicati con le due frecce orizzontali (Figura 56). Come è lecito attendersi, il rapporto segnale rumore nel caso di sovraesposizione è aumentato considerevolmente.

Nel nostro esempio fittizio (non riferito ad una particolare fotocamera realmente esistente) otteniamo:

Esposizione →	Esposimetro + 0 Ev	Esposimetro + 2 Ev
Segnale	252	1098
Rumore	21,8	35,1
SNR	11,54	28,71

Tabella 4

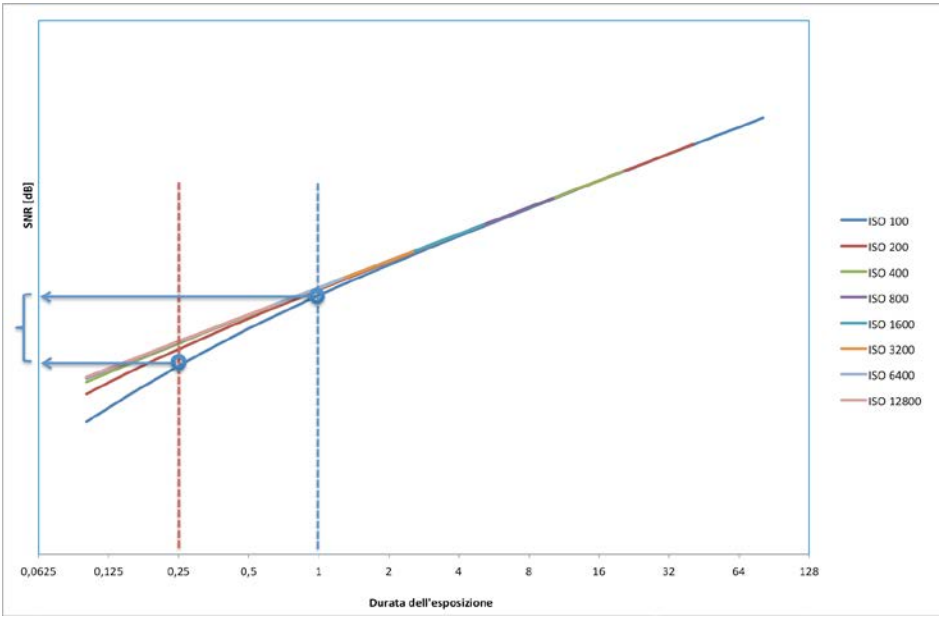


Figura 57 - Aumento del rapporto segnale rumore con sovraesposizione di 2 stop

Il rapporto segnale/rumore è più che raddoppiato! Ma c'è di più: se in post produzione riduciamo di due stop l'esposizione per ottenere un'immagine correttamente esposta otteniamo questo:

Esposizione →	Esposimetro + 2 Ev	-2 Ev in post produzione
Segnale	1098	252
Rumore	35,1	8,87
SNR	28,71	28,71

Tabella 5

Abbiamo quindi riportato l'esposizione esattamente allo stesso livello consigliato dall'esposimetro, ma il rapporto segnale/rumore è rimasto lo stesso della foto sovraesposta. Ciò è dovuto al fatto che il sensore della fotocamera introduce un rumore di lettura che, come abbiamo visto non scende mai sotto un certo livello. Al contrario, l'elaborazione in post produzione non introduce alcun nuovo rumore.

Il limite ovviamente è dato dalla Full Well Capacity: non possiamo sovraesporre a piacere in quanto prima o poi ci imbattiamo nella saturazione dei pixel (o nei limiti del convertitore analogico/digitale).

Quello che non bisogna mai fare è sottoesporre con bassa amplificazione. Il rapporto segnale rumore ne soffrirebbe parecchio ed un eventuale recupero delle ombre farebbe emergere tutti i difetti del sensore dal punto di vista del rumore di downstream (compreso il banding). In caso di luce scarsa, piuttosto che sottoesporre e recuperare a posteriori conviene di gran lunga aumentare l'amplificazione.

Esiste però un limite. Abbiamo visto che aumentare l'amplificazione produce benefici sempre minori. D'altra parte, abbiamo visto anche che, oltre un certo punto, aumentare la sensibilità ISO provoca una diminuzione della gamma dinamica. Questa zona, dai contorni piuttosto sfumati, definisce i veri limiti del sensore.

ETTR si, dunque, anche aumentando l'amplificazione. Ma raggiunto un determinato punto, l'unico modo per sfruttare fino in fondo il sensore è quello di aumentare il numero di fotoni incidenti, aprendo maggiormente il diaframma (obiettivi fotografici) o aumentando il diametro del telescopio (fotografia astronomica).

HDR con bracketing ISO

La maggior parte dei fotografi conosce, almeno per sentito dire, la tecnica HDR (High Dynamic Range). Questa tecnica nasce con lo scopo di superare i limiti dinamici dei sensori delle fotocamere, consentendo di realizzare immagini di scene la cui gamma dinamica è superiore a quella messa a disposizione dai sensori.

La tecnica HDR trova utilizzo anche in astronomia, in particolare per alcuni corpi celesti che presentano elevate differenze di luminosità. Un caso tipico è la Grande Nebulosa di Orione (M42), ma moltissime galassie sono caratterizzate da un nucleo decisamente più luminoso rispetto ai bracci a spirale (la grande galassia di Andromeda – M31 – è un altro caso da manuale). Tutti questi oggetti possono beneficiare della tecnica HDR.

Dal punto operativo, una fotografia HDR si realizza mediante una serie di foto dello stesso soggetto (il numero minimo è 2, nella maggior parte dei casi è 3 ma qualcuno ricorre anche a 5, 7 o 9 foto), ciascuna delle quali ha un livello di esposizione diversa. Il caso più comune è quello con una foto normalmente esposta, una sottoesposta di 2 stop e una sovraesposta di 2 stop. Si combinano poi le immagini sfruttando quella sottoesposta per le luci e quella sovraesposta per le ombre. La serie di immagini deve essere scattata con lo stesso diaframma, onde evitare incongruenze nella profondità di campo tra le diverse parti dell'immagine.

La prassi vuole che si realizzi un'immagine HDR selezionando la sensibilità ISO più bassa e modificando l'esposizione mediante la sola velocità dell'otturatore (Figura 57). Se rappresentiamo graficamente i 3 scatti canonici a ISO 100 (curva blu) otteniamo il risultato del seguente diagramma. Si parte da sinistra e si fotografano le ombre fino al limite della sovraesposizione, si scende di due stop e si scatta la foto successiva, si scende di altri due stop e si scatta l'ultima foto per le luci (la sequenza non deve necessariamente essere questa). Scendendo di due stop si abbassa anche la curva e otteniamo una specie di "dente di sega".

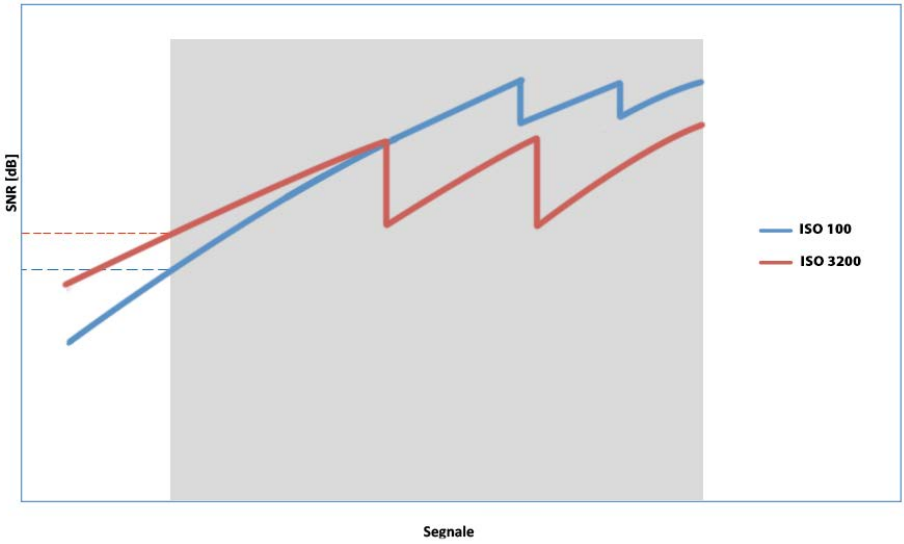


Figura 58 - HDR con bracketing sui tempi e sulla sensibilità ISO

Il punto in cui la curva interseca la zona in ombra della nostra scena (l'estremo sinistro del box grigio) identifica il punto con peggior rapporto segnale rumore.

Cambiamo ora completamente strategia. Invece di cambiare il tempo di esposizione di un paio di stop, selezioniamo una sensibilità ISO molto più alta, per esempio ISO 3200 e prendiamoci la libertà di cambiare il tempo di esposizione in modo molto più radicale. Possiamo pensare di utilizzare un dente di sega molto più ampio; in effetti, la differenza tra un'esposizione e l'altra sarà molto più marcata, perché l'elevata amplificazione ci porta molto presto alla saturazione. In particolare, possono esserci anche 4 o 5 stop tra un'esposizione e l'altra e non devono essere necessariamente le stesse differenze di esposizione tra una foto e l'altra. Quello che importa è il fatto che l'intercetta della zona in ombra è posta ad un livello di segnale/rumore molto più elevato.

Si può dimostrare (vedi Hasinoff, Durand, Freeman in Bibliografia) che esiste una strategia che ottimizza il rapporto segnale/rumore nel punto più critico, ovvero quello corrispondente alla minor luminosità ambientale. **La differenza può essere sostanziale e in alcuni casi sfiorare i 20 dB di miglioramento.**

D'altra parte, è esperienza comune che quando si realizza una foto HDR a ISO 100 i problemi di rumore sono all'ordine del giorno nelle zone in ombra. Chi ha avuto la pazienza di leggere questo libro fino a questo punto adesso sa perché.

CAPITOLO 16
IL RUMORE TOTALE

Adesso che abbiamo visto come si calcola il segnale proveniente da un soggetto astronomico, siamo in grado di estendere questo risultato in modo da calcolare anche il rumore dovuto all'inquinamento atmosferico. Iniziamo però con la definizione di una formula per il calcolo del rumore totale.

Calcolare il rumore totale

Nel CAPITOLO 6 abbiamo visto che il rumore si somma in quadratura. Nei capitoli successivi abbiamo anche analizzato le varie sorgenti di rumore. Trascurando le sorgenti che contribuiscono in minima parte al rumore complessivo, possiamo dire che il rumore presente in un'immagine comprende:

- **Lo shot noise Ni**: essendo legato alla natura della luce, questo rumore è sempre presente, tranne quando la fotocamera è tappata.
- **Il rumore dovuto all'inquinamento luminoso N_{sky}**: concettualmente simile allo shot noise, anch'esso è sempre presente ad eccezione delle immagini realizzate con fotocamera tappata.
- **Il rumore termico N_{th}**: questo rumore è sempre presente e la sua entità aumenta linearmente con il tempo di esposizione, oltre che a dipendere in modo esponenziale dalla temperatura.

- **Il rumore di lettura RON (o readout noise – RON)**: essendo legato alla lettura dei dati del sensore, questo rumore è sempre presente in quantità indipendente dalle condizioni operative (presenza o assenza di segnale, temperatura, durata dell'esposizione); dipende invece dal guadagno della fotocamera.
- **Il rumore correlato FPN (Fixed Pattern Noise)**: la particolarità di questo tipo di rumore è quello di influenzare in maniera simile pixel che sono legati da qualche forma di vincolo geometrico. Il FPN può essere in parte fisso, in parte dipendente dalla temperatura e/o dall'esposizione (in particolare l'amp glow).

Il rumore totale N_T sarà quindi dato da:

Eq. 87 $$N_T = \sqrt{N_i^2 + N_{sky}^2 + \ N_{th}^2 + RON^2 + FPN^2}$$

Per semplificare un po' i calcoli, in questo capitolo ipotizzerò che il FPN sia trascurabile rispetto alle altre sorgenti:

Eq. 88 $$N_i^2 + N_{sky}^2 + \ N_{th}^2 + RON^2 \gg FPN^2$$

Per cui:

Eq. 89 $$N_T \cong \sqrt{N_i^2 + N_{sky}^2 + \ N_{th}^2 + RON^2}$$

Valutare lo sky glow

Per calcolare il rumore dovuto al fondo cielo, dovremmo prima calcolare il segnale dovuto al fondo cielo stesso. Su questo specifico argomento ritornerò nel CAPITOLO 17, per il momento è sufficiente dire che il segnale dovuto al fondo cielo è proporzionale al tempo di esposizione:

Eq. 90 $$S_{sky} = E_{sky}\ t$$

essendo E_{sky} una costante che dipende dalle condizioni del cielo stesso, in particolare dal livello di inquinamento luminoso.

Il rapporto segnale/rumore dipende dal tempo

Possiamo sostituire nella Eq. 83 i risultati che abbiamo trovato finora:

Eq. 91 $$N_i = \sqrt{S} = \sqrt{Et}$$

Eq. 92 $$N_{sky} = \sqrt{S_{sky}} = \sqrt{E_{sky} t}$$

Eq. 93 $$N_{th} = \sqrt{S_{th}} = \sqrt{I_d t}$$

Trovando:

Eq. 94 $$N_T = \sqrt{E\,t + E_{sky}\,t + I_d\,t + RON^2}$$

E semplificando per t:

Eq. 95 $$N_T = \sqrt{t}\,\sqrt{E + E_{sky} + I_d + \frac{RON^2}{t}}$$

Per cui il rapporto segnale/rumore risulta essere:

Eq. 96 $$SNR = \frac{S}{N_T} = \frac{E\,t}{\sqrt{t}\sqrt{E+E_{sky}+I_d+\frac{RON^2}{t}}} = \frac{E}{\sqrt{E+E_{sky}+I_d+\frac{RON^2}{t}}}\sqrt{t}$$

Esattamente come avevamo trovato nel CAPITOLO 14, il rapporto segnale/rumore cresce sostanzialmente con la radice quadrata del tempo di esposizione.

Questa affermazione è tanto più esatta quanto maggiore è il tempo di esposizione e minore il rumore di lettura.

Supponiamo ora che il tempo di esposizione totale *t* sia dato da *n* esposizioni di durata t_0:

Eq. 97 $$t = n\,t_0$$

Sostituendo t con t_0 nella Eq. 92 si trova:

Eq. 98 $$SNR = \frac{E}{\sqrt{E+E_{sky}+I_d+\frac{RON^2}{t_0}}}\sqrt{t_o}$$

mentre sostituendo t con n t_0 si trova per la somma di n esposizioni:

Eq. 99 $$SNR = \frac{E}{\sqrt{E+E_{sky}+I_d+\frac{RON^2}{n\,t_0}}}\sqrt{t_o}\,\sqrt{n}$$

Confrontando la Eq. 94 con la Eq. 95, possiamo scrivere che:

Eq. 100 $$SNR_T \cong SNR\,\sqrt{n}$$

Questa equazione corrisponde esattamente alla Eq. 24 nel caso in cui:

Eq. 101 $$E + E_{sky} + I_d \gg \frac{RON^2}{n\,t_0}$$

Ma, come vedremo nei capitoli successivi, questa condizione è sicuramente soddisfatta nei casi in cui viene utilizzata la durata di esposizione ottimale.

Possiamo pertanto concludere che, in tutte le condizioni di lavoro tipicamente utilizzate in astrofotografia, il SNR aumenta in proporzione alla radice quadrata del numero di esposizioni.

Trova inoltre un'ulteriore conferma teorica l'affermazione che ho riportato nel CAPITOLO 8, secondo la quale il rumore può essere parzialmente rimosso semplicemente "sommando" diverse esposizioni dello stesso oggetto. **Ecco perché lo stacking costituisce la base della fotografia astronomica.**

CAPITOLO 17

GAIN, RANGE DINAMICO E STACKING

Nei capitoli precedenti ho definito il range dinamico di un sensore, ad un dato livello di guadagno G, come il rapporto tra la Full Well Capacity FWC e il rumore di lettura RON, entrambi misurati a quel preciso livello di guadagno.

Eq. 102 $$DR(G) = \frac{FWC(G)}{RON(G)}$$

Il range dinamico DR definisce dunque il rapporto tra il massimo segnale misurabile e il minimo livello di segnale avente un significato fisico (al di sotto di RON esiste solo rumore – ecco perché questo punto viene detto anche *noise floor*). Un sensore con un range dinamico elevato è in grado di generare immagini con uno spettro di tonalità altrettanto elevato.

Le recenti fotocamere CMOS sono spesso criticate in quanto utilizzano un convertitore analogico digitale con una risoluzione inferiore ai 16 bit tipicamente impiegati nelle fotocamere CCD. La realtà è che i 16 bit delle camere CCD sono spesso sovrabbondanti.

Per esempio, il popolare sensore KAF 8300 (CCD) ha una FWC di circa 22500 elettroni; molte delle fotocamere che lo utilizzano hanno un rumore di lettura attorno ai 10 elettroni (in questo caso, il rumore di lettura va attribuito alla fotocamera – piuttosto che al sensore – in quanto i sensori CCD mettono a disposizione la sola elettronica di cattura dei fotoni, mentre l'elettronica di amplificazione e di conversione ADC sono generalmente esterne al chip). Questi dati portano a concludere che il range dinamico di questo sensore vale al massimo:

Eq. 103 $DR_{KAF8300} = \frac{22500}{10} = 2250$

Oppure, esprimendolo in bit/stop:

Eq. 104 $DR_{KAF8300} = ln_2\, 2250 = 11{,}14$

Per il KAF 8300 sarebbe dunque sufficiente un ADC da 12 bit.

La dipendenza del range dinamico dal gain

Per le camere CMOS il convertitore ADC ha una risoluzione tipica di 12 bit, oppure di 14 per i modelli più raffinati e costosi. In effetti, una risoluzione di 12 bit può essere insufficiente in certi casi particolari. Per esempio, le camere QHY163M di QHY e ASI1600 di ZWO condividono il sensore Panasonic MN34230, che offre una FWC di circa 19.800 elettroni con un rumore di lettura di soli 3,5 elettroni al minimo livello di guadagno. Il range dinamico in bit/stop risulta essere:

Eq. 105 $DR_{MN34239} = ln_2 \frac{19800}{3{,}5} = 12{,}5$

A basso guadagno, la risoluzione dell'ADC pone quindi un limite superiore alla risoluzione del dato di output, che di per sé potrebbe superare i 12 bit.

Aumentando il guadagno, succede quanto già descritto nel CAPITOLO 14: inizialmente la FWC (effettiva – vedi CAPITOLO 12) diminuisce, ma altrettanto accade per il rumore di lettura (CAPITOLO 14), per cui il range dinamico tende a rimanere relativamente costante. Superato lo unity gain, il range dinamico scende più velocemente, con una pendenza asintoticamente tendente ai 45°,

Un convertitore a bassa risoluzione limita dunque le prestazioni della fotocamera solo in condizioni di guadagno molto basso. Se la fotocamera è usata propriamente (selezionando un guadagno opportuno per la specifica configurazione di ripresa che si sta utilizzando), il range solitamente non è un grosso problema. Occorre inoltre tener conto del fatto che lo stacking produce, come effetto collaterale, un incremento del range dinamico.

Lo stacking aumenta il range dinamico

Nel CAPITOLO 15 ho anticipato il concetto di fotografia HDR, un metodo per superare i limiti imposti dal sensore in modo da ottenere un range dinamico elevato mediante una serie di diverse esposizioni. Nella fotografia "terrestre", la tecnica HDR tradizionale utilizza esposizioni diverse: tipicamente il diaframma rimane costante (per non modificare la profondità di campo) e tra una posa e l'altra si modifica il tempo di esposizione oppure (ottenendo risultati migliori dal punto di vista del rumore – vedi CAPITOLO 15) la sensibilità ISO, cioè il guadagno della fotocamera.

Per semplificare il ragionamento, supponiamo invece di utilizzare *n* esposizioni identiche e di sommarle in un'unica immagine. In altre parole, utilizziamo la forma più semplice e comune di stacking astrofotografico. Se il guadagno è costante tra una posa e l'altra, il range dinamico della singola esposizione è fisso e vale:

Eq. 106 $$DR = \frac{FWC}{RON}$$

Si tratta di un'equazione equivalente alla precedente Eq. 102, in cui ho semplicemente eliminato la dipendenza dal guadagno. Sommando le n esposizioni, il segnale risulta essere moltiplicato per n, mentre il rumore aumenta "solo" di √ n volte, in quanto esso si somma in quadratura. Il range dinamico dello stack, ottenuto come somma di immagini, è quindi dato da:

Eq. 107 $$DR_{\Sigma} = \frac{n\,FWC}{\sqrt{n}\,RON} = \sqrt{n}\,DR$$

Se lo stack viene realizzato calcolando la media delle singole esposizioni, il risultato non cambia. Essendo FWC costante per tutte le esposizioni, la media sarà uguale a FWC. D'altra parte, sappiamo che, calcolando la media di una serie di n esposizioni identiche, riduciamo il rumore di √ n volte (vedi Eq. 27). Ne consegue che il range dinamico di uno stack calcolato con la media vale:

Eq. 108 $$DR_{\mu} = \frac{FWC}{\frac{RON}{\sqrt{n}}} = \sqrt{n}\,DR$$

In entrambi i tipi di stacking, il range dinamico viene moltiplicato (in termini assoluti) di una quantità pari alla radice quadrata del numero di esposizioni.

Molto spesso si preferisce ragionare in termini di bit (bit depth) o di stop (fotografia generalista). Abbiamo dunque che per una singola esposizione:

Eq. 109 $$DR = ln_2 \frac{FWC}{RON} \; [bit/stop]$$

Mentre per uno stack di n esposizioni possiamo scrivere:

Eq. 110 $$DR_{stack} = ln_2(\sqrt{n}\frac{FWC}{RON}) = ln_2 \sqrt{n} \; + ln_2 \frac{FWC}{RON} = ln_2 \, n^{\frac{1}{2}} \; + DR = \frac{ln_2 \, n}{2} + DR$$

In entrambi i tipi di stacking, il range dinamico misurato in bit o stop aumenta una quantità pari alla metà del logaritmo in base 2 del numero di esposizioni.

Come nel caso del rapporto segnale/rumore, la crescita è piuttosto lenta. Inizialmente si ottengono i maggiori benefici, ma poi occorre un numero sempre maggiore di esposizioni per ottenere lo stesso tipo di guadagno.

Un esempio è riportato in Figura 59: partendo da singole esposizioni caratterizzate da un range dinamico di 11 stop, si ottiene un incremento a 12 stop con uno stack di 4 esposizioni. Servono 16 esposizioni per salire a 13 stop e ben 64 esposizioni per ottenere 14 stop.

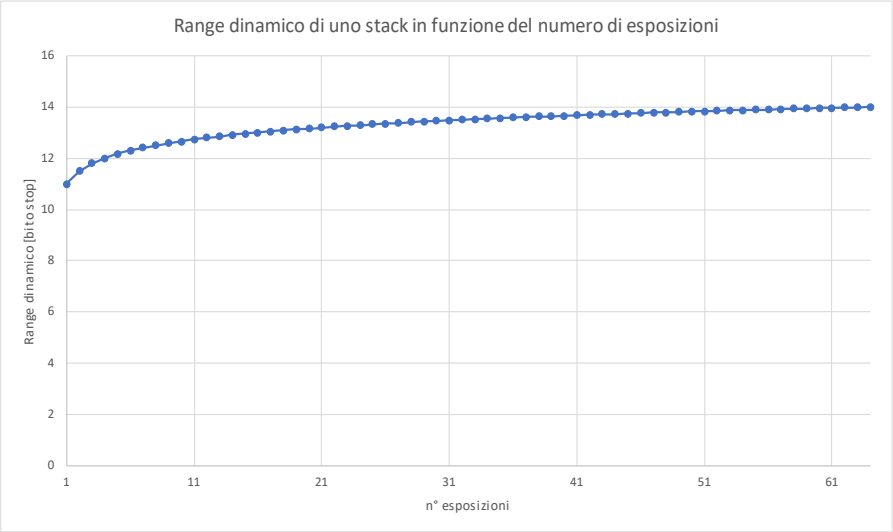


Figura 59 - Aumentro del range dinamico di uno stack all'aumentare delle esposizioni

Occorre comunque puntualizzare che questo calcolo è valido solamente se il rumore di lettura è puramente gaussiano, ovvero non correlato. Il rumore correlato non viene infatti eliminato da una semplice operazione di media, pertanto il vantaggio che si ottiene è minore nelle fotocamere che presentano, per esempio, banding. In quei casi si può ragionare, in prima battuta, tenendo conto solamente della componente gaussiana del rumore di lettura.

La tecnica HDR

Abbiamo visto che, con un po' di pazienza (ovvero con molte esposizioni), è possibile ottenere un range dinamico notevole, per esempio 14 stop. Un tale range dinamico, corrispondente a una differenza di circa 10.5 magnitudini, è sufficiente in molte circostanze, ma non sempre. Alcuni esempi classici di oggetti celesti caratterizzati da gradienti di luminosità estremamente elevati sono il Trapezio (rispetto alla nebulosità di M42 e soprattutto delle polveri presenti in quella zona) e il nucleo di M31 (rispetto ai bracci a spirale).

In questi casi, anche 14 stop sono insufficienti. L'unico modo per ottenere un'immagine senza saturazione dei bianchi (su un'ampia porzione di immagine) e priva di aree totalmente nere è quella di ricorrere a esposizioni di durata diversa e/o guadagno diverso.

Il modo tipico di procedere è quello di realizzare una serie di esposizioni relativamente corte, dedicate alle porzioni più luminose dell'area di cielo inquadrato. A questa serie ne fa seguito una seconda, con esposizioni relativamente lunghe, dedicate alle porzioni più fioche del soggetto. Le due serie, elaborate indipendentemente, vengono poi unite mediante software in modo che le aree sature della seconda serie vengano sostituite dalle omologhe aree della prima serie.

Questa è la tecnica utilizzata dalla quasi totalità degli astrofotografi. Tuttavia, nel CAPITOLO 15 ho dimostrato che i**l modo più efficiente di utilizzare la tecnica HDR consiste nel modificare il guadagno, piuttosto che il tempo di esposizione.**

Si tratta quindi di realizzare una serie di esposizioni con guadagno molto basso (con una DSLR potrebbe corrispondere a ISO 100 o 200) e l'altra serie con guadagno relativamente elevato (con una DSLR potrebbe essere ISO 1600 o 3200). Per due popolari fotocamere astronomiche con tecnologia CMOS, quali la QHY163M di QHYCCD e la ASI1600 di ZWO, 60 unità di Gain corrispondono ad uno stop, pertanto Gain = 0 corrisponde ad ISO 200 su una DSLR e Gain = 180 corrisponde a ISO 1600 su una fotocamera. Le due serie potrebbero pertanto essere realizzate con Gain = 0 e Gain = 180 (per esempio).

Questo approccio presenta una possibile controindicazione: ogni volta che si modifica il Gain (e di conseguenza anche l'offset, se applicabile), occorre realizzare una specifica libreria di Dark, Flat e (se utilizzati) di Bias (vedi anche CAPITOLO 26)

CAPITOLO 18
COME MISURARE MEZZO FOTONE

Il titolo è volutamente paradossale. A causa della natura quantistica non esiste alcuna possibilità di suddividere un fotone in due o più parti e tantomeno di misurarle. Tuttavia, la tecnica dello stacking di esposizioni multiple consente di superare alcune barriere apparentemente insormontabili, quali la misura di segnali molto deboli con esposizioni brevi oppure la misurazione ad elevata precisione con convertitore analogico/digitali di bassa risoluzione.

Supponiamo di voler fotografare un oggetto astronomico relativamente debole con un'esposizione relativamente corta. Per esempio, immaginiamo che la strumentazione utilizzata sia tale per cui ciascun pixel del sensore raccoglie mediamente un fotone emesso dal soggetto ogni 60 secondi (nel CAPITOLO 19 mostro come effettuare questo calcolo). Ipotizziamo inoltre di utilizzare un tempo di esposizione di 30 secondi. Infine, essendo questo un **Gedankenexperiment** (cioè un esperimento concettuale), ipotizziamo che l'efficienza quantistica sia del 100% (ogni fotone produce un elettrone libero) e che tutte le forme di rumore (incluso lo skyglow) tranne lo shot noise siano nulle.

Un errore facile da commettere è quello di pensare che, in questa situazione, tutte le esposizioni risulterebbero totalmente nere. Da un lato è vero che un fotone può essere catturato oppure no nella sua interezza. Tuttavia, i 60 secondi menzionati in precedenza costituiscono un tempo **medio**: l'arrivo del fotone è del tutto casuale, quindi è perfettamente possibile che il fotone sia catturato nel primo secondo di esposizione, così come è possibile che non venga catturato nessun fotone anche nell'arco di quattro esposizioni consecutive (120

secondi in totale). C'è una piccola (ma non nulla) probabilità che una singola esposizione di 30 secondi raccolga 5 fotoni, ma anche che 10 esposizioni consecutive non diano luogo alla cattura di alcun fotone.

L'unica considerazione possibile in questo contesto è che la probabilità che un pixel catturi un fotone è pari a 30/60 = 50%. In altri termini, se consideriamo un gran numero di esposizioni, possiamo attenderci che in metà di esse venga registrato l'arrivo di un fotone e nell'altra metà che non venga registrato alcun fotone.

Per fare un esempio numerico, supponiamo di realizzare 100 esposizioni. In circa metà di esse (per esempio in 48 esposizioni) verrà registrato l'arrivo di un fotone, nelle rimanenti 52 no. Se ipotizziamo di utilizzare lo **unity gain** (vedi CAPITOLO 12), nelle prime 48 esposizioni otterremo un conteggio di 1 ADU, nelle altre 52 di 0 ADU. Calcolando la media:

Eq. 111 $$m = \frac{48*1+52*2}{100} = \frac{48}{100} = 0{,}48\ ADU = 0{,}48\ e- [con\ G = 1e-/ADU]$$

Per la legge dei grandi numeri, aumentando il numero di esposizioni possiamo attenderci che la media converga verso il "vero" valore di 0,5 e- per esposizione.

Di fatto, utilizzando lo stacking, siamo riusciti a "misurare" mezzo fotone! Naturalmente, ciò si riferisce al numero medio di fotoni per esposizione e non ai fotoni veri e propri.

Questo esempio si può replicare in una condizione di segnale relativamente più forte. Supponiamo ora che il segnale sia molto più forte, per esempio un fotone ogni 4 secondi in media. In questo caso la media corrisponde a 30 / 4 = 7,5 fotoni per esposizione, per cui verosimilmente in una singola esposizione verranno contati 7 oppure 8 elettroni. Ma con uno stacking di 100 esposizioni (53 delle quali con 7 elettroni e 47 con 8 elettroni, per esempio), si ottiene una media pari a:

Eq. 112 $$m = \frac{53*7+47*8}{100} = \frac{747}{100} = 7{,}47\ ADU = 7{,}47\ e- [con\ G = 1e-/ADU]$$

Vorrei far notare che il "trucco" appena descritto non costituisce una violazione o un aggiramento delle leggi della fisica.

Il risultato che ho ottenuto dipende esclusivamente dal fatto che, con le premesse che ho citato in precedenza (in particolare rumore nullo), lo stack di esposizioni multiple è totalmente equivalente ad una singola esposizione molto lunga.

Se riprendiamo l'ultimo esempio e sostituiamo le 100 esposizioni da 30 secondi con una singola esposizione da 100 * 30 = 3000 secondi, possiamo attenderci di contare 3000 / 4 = 750, lo stesso numero (entro la variabilità dovuta alla natura casuale dell'arrivo dei fotoni) misurata in precedenza (100 esposizioni * 7,47 e- = 747 e-).

Ciononostante, l'osservazione sui benefici dello stacking rimane valida, in quanto:

1. Aumentare a piacere la durata dell'esposizione spesso non è una strada praticabile, a causa dell'imprecisione della guida e soprattutto dei limiti del sensore in termini di Full Well Capacity (oltre un certo tempo di esposizione, il numero di stelle totalmente sature rischia di diventare insostenibilmente alto – inoltre, occorre tenere conto anche dei possibili effetti dell'inquinamento luminoso).
2. Alcune configurazioni strumentali, particolarmente quelle caratterizzate da ottiche "lente" (rapporto focale elevato) o da pixel molto piccoli, tendono a raccogliere un numero relativamente basso di fotoni per pixel.
3. Esistono degli oggetti astronomici così deboli che, indipendentemente dalle condizioni di cui sopra, consentono di catturare solo alcuni fotoni anche in esposizioni piuttosto lunghe, come 10-15 minuti.

Nel mondo reale i benefici dello stacking, limitatamente all'argomento di questo capitolo, tendono ad essere annullati dal fatto che il rumore non è nullo. In particolare, il rumore di lettura caratterizza ogni singola esposizione e quindi si somma (quadraticamente) nel risultato dello stacking.

Per sfruttare l'extra precisione di misura garantita dallo stacking è quindi importante utilizzare sensori con ridotto rumore di lettura e, comunque, assicurarsi che la condizione definita dalla

Eq. 101 del CAPITOLO 16 risulta soddisfatta. Occorre quindi utiizzare un numero relativamente alto di esposizioni, in modo che il rumore di lettura risultante nello stacking sia decisamente inferiore al segnale "frazionario" che vogliamo misurare. Per esempio, se vogliamo ottenere una risoluzione di 0,5 e-, dobbiamo assicurarci che:

Eq. 113 $\frac{RON}{\sqrt{n}} \ll 0{,}5$

Un altro aspetto che potrebbe inficiare i benefici descritti in questo capitolo è costituito dal fatto che le procedure di stacking fanno spesso ricorso ad un meccanismo di **soppressione degli outliers (pixel anomali)**. Si tratta di una tecnica che si prefigge di scartare dallo stacking i pixel che, **in una certa esposizione**, presentano valori che non sembrano essere coerenti con quelli riscontrati nelle altre esposizioni. L'esempio tipico è costituito dalle scie lasciate da meteoriti, satelliti o aerei, ma le anomalie nei valori di singoli pixel possono essere causata anche da raggi cosmici.

Tra i metodi di rigetto dei pixel anomali utilizzati dalle applicazioni di stacking, uno dei più popolari è l'algoritmo di **sigma clipping**. In sostanza, per ogni pixel, l'algoritmo calcola la media μ e la deviazione standard σ dei valori riscontrati nelle varie esposizioni, quindi scarta tutti i pixel che distano dalla media di un multiplo (k) di σ. I valori consueti di k vanno da 2 a 4 in base all'aggressività stabilita dall'utente. Ipotizzando che il segnale segua una distribuzione normale, il 68,3% delle esposizioni presenterà un valore del pixel pari a $\mu \pm \sigma$, il 95,5% di esse presenterà un valore del pixel pari a $\mu \pm 2\sigma$ e il 99,7% di esse presenterà un valore del pixel pari a $\mu \pm 3\sigma$. In altri termini, la probabilità di scartare un pixel "buono" con k=2 è inferiore al 5% e addirittura allo 0,3% con k=3.

Una volta definito il valore di k, risultano automaticamente definiti gli estremi del range di valori all'interno del quale il pixel è considerato valido (Figura 59).

Dei valori troppo aggressivi di soppressione degli outliers potrebbero finire per eliminare dati "leciti", per cui è necessario prestare un minimo di attenzione. D'altra parte, valori comuni di k (2 ÷ 3) non dovrebbero creare problemi.

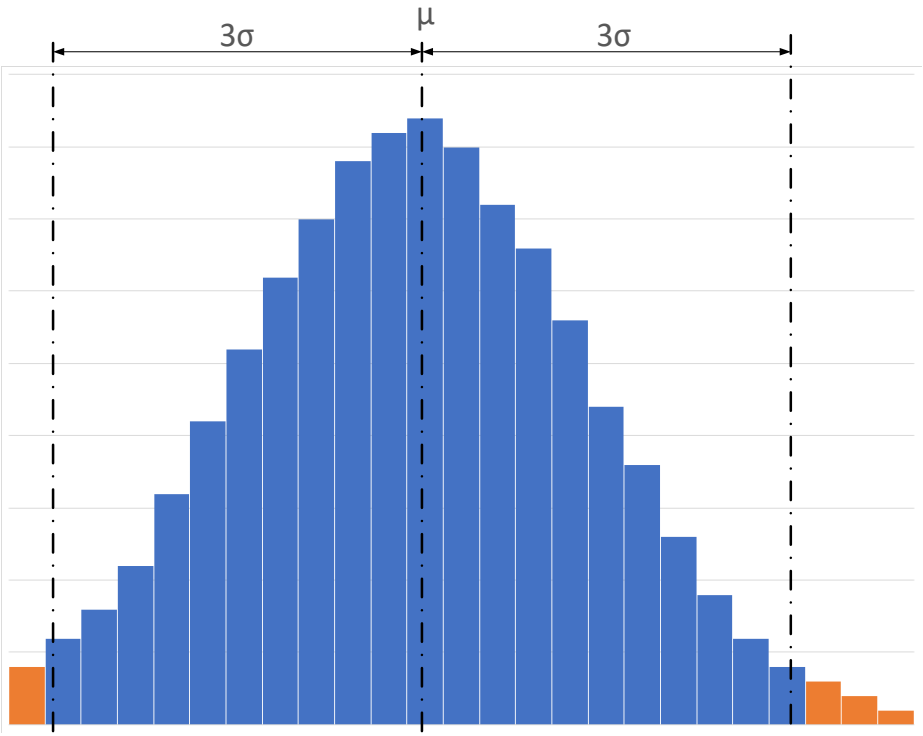


Figura 60 - Principio di funzionamento del sigma-clipping con k = 3

CAPITOLO 19
GAIN: SCENARI D'UTILIZZO

Avendo ampiamente dimostrato in precedenza che rumore di lettura e range dinamico sono funzioni del Gain (o della sensibilità ISO, per gli astrofotografi che utilizzano una DSLR) selezionato, In questo capitolo presenterò alcuni scenari tipici di utilizzo, ai quali corrispondono altrettante impostazioni di Gain.

Banda stretta

Come vedremo nel capitolo CAPITOLO 20, la peculiarità della fotografia a banda stretta è l'estrema debolezza del segnale raccolto dal sensore. Questo genere di fotografia astronomica è applicabile, in buona sostanza, solamente alle nebulose ad emissione, il cui segnale è di per se solitamente molto debole. Se a questo si aggiunge il fatto che i filtri a banda stretta lasciano passare solamente i fotoni con una specifica lunghezza d'onda (e poco altro), ne consegue che anche le pose relativamente lunghe (10-20 minuti) producono tipicamente solo una decina di elettroni per pixel!

Appare subito evidente che un segnale del genere richiede un guadagno della fotocamera (che ricordo essere espresso in e-/ADU) relativamente **basso** (quindi con Gain/sensibilità ISO **elevati**! Per un rinfresco su questa confusione terminologica vedi anche CAPITOLO 12). Per esempio, se il segnale rilevato è pari a 9 elettroni e il guadagno è di 5 e-/ADU, a meno

dell'offset si avrà in uscita solamente 1 o 2 ADU). Effettuare lo stretch partendo da un segnale così piccolo porta ad una notevole posterizzazione.

In questo caso è dunque preferibile innalzare il Gain a valori medio alti, in modo da ottenere perlomeno un guadagno pari allo unity gain o inferiore (per esempio 0.5 e-/ADU). Ciò produce in uscita una maggiore "dispersione" in termini di ADU. Inoltre, l'azione casuale del rumore risulta in questo caso, per certi versi, benefica, in quanto le piccole variazioni di tensione in più o in meno ad esso dovute si traducono in un "ventaglio" ancora più ampio di valori in uscita.

L'aspetto negativo è che, così facendo, si riduce il range dinamico. Tuttavia:

1. Lo stacking consente di recuperare parte del range dinamico perso (vedi CAPITOLO 17);
2. L'utilizzo dei filtri a banda stretta riduce notevolmente la possibilità saturazione delle stelle;
3. Tipicamente, le immagini in banda stretta presentano stelle di colori tutt'altro che gradevoli (nella classica Hubble palette spesso risultano magenta) e comunque falsi. Alcuni astrofotografi preferiscono ignorare la saturazione delle stelle, lasciando che diventino bianche (un colore tutto sommato più gradevole e più naturale rispetto al magenta).
4. Altri astrofotografi preferiscono semplicemente cancellare le stelle dalle immagini in banda stretta e sostituirle mediante un differente set di esposizioni realizzate in RGB o LRGB. In questo caso la saturazione delle stelle diventa del tutto irrilevante, in quanto esse non faranno parte dell'immagine finale.

La fotografia astronomica in banda stretta trae quindi benefici dall'impostazione di un gain elevato. Ciò è tanto più vero quanto più debole è il segnale e/o la durata dell'esposizione (che può essere imposta dai limiti della montatura e della guida).

OSC e RGB/LRGB

Una fotocamera a colori, oppure una fotocamera monocromatica con filtri RGB, può tranquillamente raccogliere un segnale 30 volte superiore rispetto a quello di una fotocamera con filtri in banda stretta di alta qualità. Nel caso di utilizzo di una fotocamera monocromatica con filtro Luminanza (o priva di filtro), il segnale può essere anche 100 volte superiore rispetto al caso banda stretta.

La conseguenza ovvia è che diventa molto più facile raggiungere la saturazione delle stelle. Per evitare di perdere le informazioni cromatiche su buona parte di esse, e tuttavia raccogliere anche i fotoni in arrivo dalle parti più fioche dell'oggetto fotografato, è necessario selezionare **un gain che privilegi un elevato range dinamico**.

Abbiamo visto, tuttavia, che la curva DR/Gain è inizialmente piuttosto piatta (CAPITOLO 14), mentre il rumore di lettura scende rapidamente. Abbiamo visto inoltre che l'aumento del gain produce una diminuzione del rumore di downstream, che comprende la maggior parte del rumore correlato di natura non termica (es. banding), generalmente difficile da rimuovere.

Tipicamente, attorno allo Unity Gain il range dinamico è ancora limitato dall'ADC della fotocamera, ma il rumore di downstream è già molto bassa. Per una DSLR spesso questa condizione corrisponde ad una sensibilità ISO attorno a 800 (ma va verificata caso per caso), mentre per le solite QHY163M di QHY e ASI1600 di ZWO corrisponde ad un gain attorno a 120. Per spuntare qualcosa di più si può ridurre il guadagno di uno stop, quindi passare a ISO 400 oppure a Gain = 60 negli esempi precedenti.

Purtroppo si tratta di suggerimenti del tutto indicativi, che vanno verificati sul campo in base alla specifica fotocamera utilizzata e alle caratteristiche del soggetto.

La fotografia astronomica a colori (OSC) o in monocromia (L)RGB trae quindi benefici dall'impostazione di un gain relativamente basso.

Inquinamento luminoso elevato e riprese in banda larga

Questo caso rappresenta la peggiore situazione in cui ci si può imbattere. Poiché la ripresa avviene in banda larga (RGB, LRGB o OSC) rimane evidentemente valido il requisito descritto al punto precedente: si deve cercare di mantenere un elevato range dinamico. Tuttavia, in questo caso l'inquinamento luminoso peggiora la situazione, che può essere schematizzata come in Figura 61 (che ricorda, in qualche modo, la Figura 44 e l'influenza dell'Offset sul range dinamico).

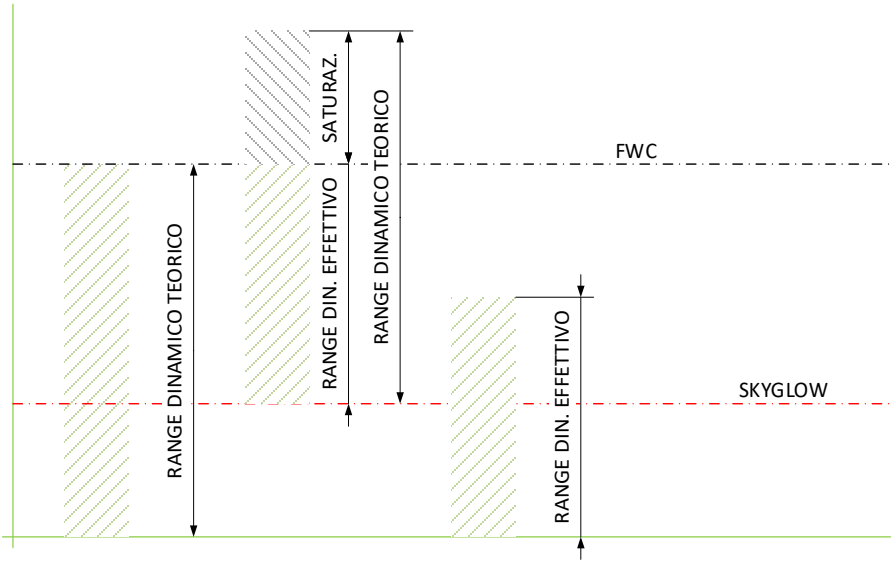


Figura 61 - Effetto dell'inquinamento luminoso sul range dinamico

Per la linearità dei sensori di immagine, la luce dovuta all'inquinamento luminoso si somma semplicemente a quella emessa dagli oggetti astronomici. Per esempio, se un forte inquinamento luminoso produce la liberazione di 15.000 elettroni per pixel e un dato oggetto astronomico ne libera ulteriori 10.000, ma la FWC è di soli 20000 elettroni, allora per quel pixel ci saranno 5000 elettroni in eccesso, che non potranno essere "contati" e il pixel finirà in saturazione.

Di fatto, in questo esempio l'inquinamento luminoso riduce la FWC di 15.000 elettroni, in quanto il suo contributo va "sottratto" dall'immagine finale. Il range dinamico diminuisce in modo drastico e tanto maggiore è l'inquinamento luminoso, tanto maggiore sarà questa riduzione.

In sostanza, le riprese in banda larga con forte inquinamento luminoso richiedono il massimo range dinamico possibile.

Si tratta quindi di utilizzare il più basso guadagno possibile, magari diminuendo la durata delle esposizioni e realizzandone parecchie, per recupere in parte mediante stacking.

Resta il fatto che l'inquinamento luminoso comporta, oltre al segnale indesiderato, un enorme quantità di shot noise e pertanto fotografare in banda larga in una situazione compromessa dal punto di vista dell'inquinamento è decisamente proibitivo. Su questo argomento tornerò più in dettaglio e in modo specifico nel CAPITOLO 21.

Lucky Imaging

Questa tecnica nasce per la fotografia astronomica ad alta risoluzione, con l'intento di superare le limitazioni imposte dal seeing sulla massima risoluzione ottenibile. In sostanza, si tratta di utilizzare un numero molto elevato di esposizioni brevissime (spesso ottenute sotto forma di video), per poi conservare e sottoporre a stacking solo quelle che presentano la migliore qualità (ovvero quelle in cui la turbolenza atmosferica ha raggiunto un minimo temporaneo).

In altri ambiti, si direbbe che si sta "sparando nel mucchio" con la speranza di colpire qualcosa. Il termine "Lucky Imaging" è una forma educata per esprimere lo stesso concetto.

Nell'ambito della fotografia astronomica del cielo profondo, il termine Lucky Imaging non indica una ripresa video, come per l'alta risoluzione. Piuttosto, è associato alle riprese caratterizzate da centinaia di esposizioni dell'ordine di pochi secondi, generalmente da 1 a 5 e comunque non più di 30.

Si tratta di una tecnica interessante, in quanto permette di utilizzare montature di bassa qualità, senza necessità di guidare e senza dover eseguire un allineamento polare molto accurato (sotto questi punti di vista, si tratta di una tecnica molto più semplice da utilizzare rispetto a pose di 10-30 minuti – per certi versi, è dunque una tecnica adatta ai principianti).

Storicamente, le fotocamere CCD non sono state impiegate con questa tecnica, per due motivi principali:

- L'elevato rumore di lettura;
- L'elevato tempo di download delle immagini.

Cominciamo dal primo aspetto. Nel CAPITOLO 16 abbiamo visto che, in assenza di FPN, il rumore può essere espresso da:

Eq. 114 $$N_T = \sqrt{E\ t + E_{sky}\ t + I_d\ t + RON^2}$$

dove E è il flusso del soggetto, E_{sky} il flusso dovuto all'inquinamento luminoso, I_d la dark current, RON il rumore di lettura e t il tempo di esposizione. Questa formula vale per una singola esposizione. Supponiamo ora di suddividere il tempo totale di esposizione t in n esposizioni più brevi t_i, tali per cui:

Eq. 115 $$t = n\ t_i$$

La singola esposizione sarà caratterizzata da rumore:

Eq. 116 $$N_i = \sqrt{E\ t_i + E_{sky}\ t_i + I_d\ t_i + RON^2}$$

Mentre il rumore totale risulterà calcolabile mediante:

Eq. 117 $$N_T^2 = N_1^2 + N_2^2 + \cdots + N_n^2$$

Che combinata lla precedente produce:

Eq. 118 $$N_T = \sqrt{E\ n\ t_i + E_{sky} n\ t_i + I_d\ n\ t_i + n\ RON^2}$$

E semplificando per t:

Eq. 119 $$N_T = \sqrt{E\ t + E_{sky}\ t + I_d\ t + n\ RON^2}$$

Confrontando la Eq. 119 e la Eq. 114 si nota una sola differenza: il rumore di lettura risulta moltiplicato per il numero di esposizioni n. Il risultato appare per certi versi intuitivo, in quanto l'unico aspetto che veramente cambia tra le due modalità di acquisizione è il numero di letture del sensore.

È quindi chiaro che il Lucky Imaging comporta un prezzo da pagare: il rumore di lettura nello stack finale sarà √ n volte il rumore di lettura di una singola esposizione. Eppure, i possibili benefici sono molteplici:

- Le prestazioni richieste alla montatura sono molto inferiori, quindi è possibile utilizzare modelli più economici.
- Il vantaggio di utilizzare l'autoguida su pose di pochi secondi è sostanzialmente nullo (in casi particolari potrebbe persino essere controproducente.
- La rotazione di campo sarà minima anche a declinazioni elevate e con un allineamento polare approssimativo.
- La perdita di un'esposizione (a causa di un urto accidentale alla strumentazione, di una raffica di vento, di satelliti, aerei e meteoriti) comporta un danno minimo, in quanto si perdono solo pochi secondi di integrazione.
- Poiché l'amp glow è legato in qualche modo al tempo di esposizione, anch'esso risulterà ridotto. In generale, gli effetti termici sul sensore saranno contenuti.

Anche il tempo di elaborazione di moltissime immagini (e lo spazio occupato su disco) tende ad essere una controindicazione del passato, grazie a processori sempre più potenti e a dispositivi di storage che aumentano di capacità ogni giorno.

Tuttavia, i 10 e- di rumore di lettura di una tipica fotocamera CMOS sono tutt'ora un grosso problema. Non è così per le fotocamere CMOS, che possono presentare un rumore di lettura appena superiore a 1 e-, offrendo quindi un miglioramento pari ad un ordine di grandezza rispetto ad un'equivalente fotocamera CCD.

L'altro aspetto da considerare è il tempo di download: le fotocamere CCD sono solitamente piuttosto lente nello scaricare su PC le immagini acquisite: 20 secondi non sono affatto una stranezza per sensori con molti megapixel.

È chiaro che riprendere immagini con esposizione di 5 secondi ed un intervallo di 20 secondi tra un'esposizione e l'altra è molto inefficiente. Infatti, il tempo "utile" per le riprese è solo di 5 / (5+20) = 20% del tempo totale. Significa che occorrono 5 ore di ripresa per realizzare un'integrazione di una sola ora.

Nel caso delle fotocamere CMOS è tutt'altra storia: il download, con driver ottimizzati e con software specializzati, possono richiedere anche meno di un secondo con un sensore da 15-20 megapixe. L 'efficienza aumenta enormemente: dal 20% dell'esempio precedente passiamo a 5 / (5+1) = 83%.

Venendo al tema di questo capitolo, appare evidente che **sarà necessario utilizzare un gain molto elevato**. Infatti, il rumore di lettura può essere minimizzato aumentando il gain, perlomeno fino al punto in cui la curva gain/rumore di lettura si appiattisce. Si applicano inoltre gli stessi concetti già visti in precedenza per la banda stretta in quanto, a causa della breve esposizione, il segnale sarà molto scarso.

CAPITOLO 20

GAIN/OFFSET: DA DOVE PARTIRE E COME SCEGLIERLI

Questo argomento ha riempito fiumi di inchiostro (virtuale) sulla Rete. La percezione che si ha è che la maggior parte dei fotografi astronomici che si avvicina ad una fotocamera CMOS si lasci prendere dalla frenesia di trovare una combinazione **ottimale** di questi valori. Tuttavia, una tale combinazione semplicemente non esiste.

In linea di principio, è possibile determinare i parametri ideali per l'impostazione della fotocamera e per l'esposizione., In particolare, questo sarà l'argomento dei prossimi capitoli.

Tuttavia, ritengo che per la maggior parte degli astrofotografi sia possibile individuare una o due "buone" configurazioni ed utilizzare sempre le stesse.

Partirò quindi da quanto esposto nel capitolo precedente per elaborare una strategia di scelta della configurazione della fotocamera.

Ricordo tuttavia che la scelta dell'offset dipende solo dal gain ed è possibile determinare una buona scelta in modo empirico (vedi CAPITOLO 13**).**

Di fatto, sarà sufficiente determinare uno o due valori di Gain di riferimento e poi, per ognuno di essi, un valore di Offset.

Vorrei anche porre l'attenzione sul fatto che la scelta del Gain non è critica. Alcune fotocamere permettono di scegliere un valore di Gain tra centinaia di valori possibili. In questo caso, cambiare il Gain di una o poche unità non produce nessun risultato apprezzabile.

Banda larga

Abbiamo visto nel capitolo precedente che questo tipo di astrofotografia richiede di solito un range dinamico elevato. Occorrerà quindi utilizzare valori di Gain relativamente bassi.

Un buon punto di partenza può essere costituito dal Gain equivalente allo Unity Gain (1 e-/ADU), tuttavia se il cielo della località di ripresa è inquinato si può pensare di passare ad un guadagno più elevato (per esempio 2 e-/ADU) corrispondente ad un Gain più piccolo. In casi estremi si può ipotizzare di utilizzare anche 3 o 4 e-/ADU.

Si tratta quindi di effettuare alcuni test (anche solo 20 minuti di luminanza per configurazione) e vedere quale di essa da i risultati migliori.

Da quel punto in poi si utilizzarà sempre lo stesso valore di Gain (assieme al relativo Offset). Ciò che cambierà, in base al soggetto, sarà solo la durata e il numero di esposizioni.

Naturalmente, chi riprende da località diverse (magari da casa con cielo inquinato e in montagna con basso inquinamento luminoso) farà bene a utilizzare due diverse configurazioni. La stessa cosa si applica se vengono utilizzate ottiche diverse con rapporto focale radicalmente diverso.

Banda stretta

In questo caso il ragionamento è opposto e il Gain da utilizzare è più elevato. Come punto di partenza si può impostare un Gain corrispondente ad un guadagno di 0.5 e-/ADU, fino a 0.25 e-/ADU in casi particolari (esposizioni molto brevi).

Per il resto si procede come nel caso precedente.

Dove trovare questi dati

Molto spesso i siti dei costruttori forniscono un grafico che rappresenta l'andamento del guadagno di sistema rispetto al Gain. Questo è il punto di partenza per determinare il Gain di partenza sulla base del guadagno di sistema che ho indicato in precedenza per i vari casi.

Una volta ottenuti questi 2, massimo 3, valori diversi di Gain e Offset, non modificateli più. Aumentare o diminuire di poco il Gain ha un effetto marginale, ma d'altra parte costringe ad utilizzare nuove librerie di Bias e Dark frame, essendo queste immagini di calibrazione strettamente legate ai valori di Gain e Offset utilizzati per le immagini reali (i Light frame).

CAPITOLO 21

QUANTI FOTONI COLPISCONO UN PIXEL?

In questo capitolo presenterò un metodo per calcolare il numero di fotoni incidenti su un pixel, a partire dalla luminosità di una stella, di un oggetto esteso come una nebulosa o una galassia, o semplicemente del fondo cielo.

Avrei dovuto intitolare questo capitolo *Hic Sunt Leones*, un po' come le zone inesplorate delle antiche carte geografiche.

Tengo a precisare fin d'ora che i calcoli che presenterò sono molto approssimati e non hanno la pretesa di essere utilizzati per effettuare valutazioni fotometriche. Al massimo, vanno considerati accurati entro un ordine di grandezza.

I risultati che si possono ottenere sono però sufficientemente accurati per effettuare una valutazione grossolana del segnale che si può raccogliere in un determinato lasso di tempo. Inoltre, se è nota la luminosità superficiale del cielo presso il proprio punto di osservazione (ovvero il livello di inquinamento luminoso), è possibile determinare la durata "ottimale" delle singole esposizioni.

Grandezze fotometriche

In astronomia, la **luminosità L** di un corpo è definita semplicemente come l'energia emessa sotto forma di onde elettromagnetiche per unità di tempo e in qualunque direzione. L viene quindi espressa in J/s, ovvero in Watt, e può essere considerata come la potenza irradiata dal corpo.

Uno strumento di misura può raccogliere solo una parte di questa energia, per due motivi:

- per raccoglierne il 100% dovrebbe "avvolgere" il corpo che la emette; in realtà, potrà raccoglierne solo la parte che attraversa la superficie sensibile dello strumento;
- generalmente, uno strumento è in grado di rilevare solo le radiazioni elettromagnetiche che cadono all'interno di una banda delimitata di lunghezze d'onda.

Per quanto riguarda il primo punto, si definisce **Flusso F** la frazione di L che attraversa una superficie unitaria ad una distanza *d* dal corpo che si vuole misurare. Il flusso è quindi dato dal rapporto tra la luminosità e la superficie della sfera di raggio *d*:

Eq. 120 $$F = \frac{L}{4\,\pi d^2}$$

Il flusso diminuisce quindi con il quadrato della distanza. Questa è la famosa legge dell'inverso del quadrato che tutti i fotografi dovrebbero conoscere.

Il flusso si misura quindi in W/m². Siccome uno strumento è sensibile solo a certe lunghezze d'onda, si preferisce utilizzare il cosiddetto **flusso monocromatico** (o **densità di flusso**) F_λ, che è calcolato esattamente come il flusso, ma tenendo conto solamente della radiazione

elettromagnetica avente una data lunghezza d'onda λ [6]. Il flusso F è quindi la somma dei flussi monocromatici F_λ a tutte le lunghezze d'onda possibili (da zero a infinito), ovvero:

Eq. 121 $$F = \int_0^\infty F_\lambda d\lambda = \int_0^\infty F_\nu d\nu$$

Chi non conosce la simbologia che ho usato stia tranquillo: nel resto del capitolo utilizzerò una semplificazione che mi permetterà di evitare l'utilizzo degli integrali. In particolare, assumerò che il flusso monocromatico sia costante.

Questa semplificazione mi permette di riscrivere l'equazione precedente come:

Eq. 122 $$F = F_\lambda \Delta_\lambda$$

In cui Δ_λ rappresenta la banda passante alla quale siamo interessati. Per esempio, per un filtro a banda stretta da 3 nm la banda passante sarà ovviamente Δ_λ = 3 nm; per l'intera banda visibile, considerandola compresa tra i 390 nm e i 700 nm, avremo Δ_λ = 700 − 390 = 310 nm.

Sulla base del flusso, è possibile definire la magnitudine di un corpo celeste. La magnitudine apparente è definita in modo tale che una differenza di 5 magnitudini corrisponde ad un fattore 100 nel rapporto tra i flussi:

Eq. 123 $$m_1 - m_2 = 5 \rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 100$$

Se il passaggio da una magnitudine ad un'altra è legato ad un fattore moltiplicativo tra i flussi, possiamo scrivere che:

Eq. 124 $$m_a - m_b = 1 \rightarrow F_b = k\, F_a$$

cioè un incremento di una magnitudine corrisponde ad una diminuzione del flusso di un fattore k. Applicando questa considerazione alla Eq. 101 otteniamo:

---

[6] *Allo stesso modo si può definire il flusso monocromatico F_ν in cui viene utilizzata la frequenza ν al posto della lunghezza d'onda λ. Per l'energia elettromagnetica esiste una ben precisa relazione tra le due grandezze, essendo $c = \lambda\ \nu$,dove c è la velocità della luce.*

Eq. 125 $m_1 - m_2 = 5 \rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 100 = k^5$

Il coefficiente moltiplicativo k è pertanto dato da:

Eq. 126 $k = \sqrt[5]{100} = 2.512$

Come nella maggior parte dei testi che trattano temi astronomici, approssimerò la costante k al valore 2.5.

Dall'equazione precedente otteniamo anche la formula generale:

Eq. 127 $\frac{F_2}{F_1} = 2.5^{m_1 - m_2}$

oppure se vogliamo esprimere il rapporto tra F_1 e F_2:

Eq. 128 $\frac{F_1}{F_2} = 2.5^{m_2 - m_1} = 2.5^{-(m_1 - m_2)}$

Applicando un logaritmo ad entrambi i termini di quest'ultima equazione otteniamo:

Eq. 129 $log_{10} \frac{F_1}{F_2} = log_{10}\, 2.5^{-(m_1 - m_2)} = -(m_1 - m_2)\, log_{10}\, 2.5 = -\frac{m_1 - m_2}{2.5}$

Possiamo quindi arrivare alle relazioni fondamentali tra flussi e magnitudini:

Eq. 130 $m_1 - m_2 = -2.5\, log_{10} \frac{F_1}{F_2}\ ;\ \frac{F_1}{F_2} = 10^{-\frac{m_1 - m_2}{2.5}}$

In quest'ultimo caso il termine 2.5 è **esatto**. Infatti:

Eq. 131 $log_{10}\, k = log_{10}\, 100^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} * log_{10}\, 100 = \frac{1}{5} * 2 = \frac{1}{2.5}$

Il riferimento fotometrico

La scala in magnitudini, che ho introdotto nel paragrafo precedente, fa sempre riferimento a **differenze di magnitudini**, o equivalentemente a **rapporti di flussi**. Ma per assegnare un valore preciso di magnitudine ad un corpo celeste serve un punto di riferimento.

Nel nostro caso useremo, come da consuetudine astronomica, la stella Vega: ad esse viene assegnata la magnitudine zero.

Conoscendo i dati fotometrici di Vega, possiamo determinare, mediante le formule del paragrafo precedente, le grandezze fotometriche di qualsiasi altro corpo celeste, a patto di conoscerne la magnitudine. Vega è infatti una delle stelle più studiate e per essa sono disponibili numerosissimi dati che possiamo utilizzare per i nostri calcoli[7].

Quelli più rilevanti ai nostri fini sono i seguenti:

[7] *Vedi per esempio http://www.stsci.edu/hst/wfc3/phot_zp_lbn, http://www.astronomy.ohio-state.edu/~martini/usefuldata.html , http://www.vikdhillon.staff.shef.ac.uk/teaching/phy217/instruments/phy217_inst_photsys.html*

Filtro	λ (nm)	Δλ	F_ν	F_λ	N_λ
-	*nm*	*nm*	*W / (m² Hz)*	*W / (m² nm)*	*fotoni / (cm² s A)*
U	360	50	1.81×10^{-23}	4.19×10^{-11}	759
B	430	72	4.26×10^{-23}	6.91×10^{-11}	1496
V	550	86	3.64×10^{-23}	3.61×10^{-11}	1000
R	650	133	3.08×10^{-23}	2.19×10^{-11}	717
I	820	140	2.55×10^{-23}	1.14×10^{-11}	471

Tabella 6 – Dati fotometrici di Vega

La prima colonna contiene il filtro usato per la misurazione, la seconda e la terza colonna forniscono rispettivamente la lunghezza d'onda centrale del filtro e la sua banda passante[8]. La quarta e la quinta colonna indicano i flussi monocromatici (rispettivamente in frequenza e lunghezza d'onda) per la banda considerata ed infine l'ultima colonna indica il numero di fotoni che attraversano ogni centimetro quadrato di atmosfera in un secondo per ogni Ångstrom di lunghezza d'onda (1 Å = 0.1 nm).

Le bande B, V e R sono le più interessanti dal nostro punto di vista, in quanto corrispondono alla zona dei blu, dei verdi e dei rossi. Le bande U (ultravioletti) e I (infrarossi) non hanno molta importanza nel contesto di questo libro, ma sono però importanti per chi si dedica alla fotografia in infrarosso o a quella in ultravioletto.

Sorgenti puntiformi: Vega al telescopio e a occhio nudo

I dati su Vega riportati nel paragrafo precedente consentono già di effettuare alcuni interessanti calcoli. Supponiamo di ignorare per semplicità l'estinzione atmosferica[9] (farò

[8] La banda passente è definita, come di consueto per i filtri, come l'ampiezza corrispondente ai due punti in cui il coefficiente di trasmissione del filtro scende al di sotto del 50% del suo valore massimo. Per questo motivo si usa anche l'acronimo FWHM (Full Width Half Maximum).

[9] La perdita di flusso dovuta all'assorbimento e alla diffrazione di parte della luce da parte delle molecole di gas atmosferico; la perdita è legata alla lunghezza d'onda della luce e alla distanza percorsa dalla luce stessa in atmosfera, pertanto l'estinzione è minore allo Zenith, essendo minima la distanza percorsa in aria dalla luce.

altrettanto nel corso dell'intero capitolo) e di disporre di un telescopio con un diametro di 200 mm, dotato di un filtro verde con una banda sovrapponibile a quella di un filtro V.

Dalla Tabella 6 ricaviamo che questo filtro è centrato sui 550 nm ed ha una banda passante di 88 nm. Inoltre, il flusso monocromatico F_λ in questa banda vale 3.61 x 10^{-11} W/(m^2 nm). L'energia di un fotone è determinata dalla **legge di Planck**, che può essere espressa come funzione della frequenza in questo modo:

Eq. 132 $E = h\,\nu$

oppure in funzione della lunghezza d'onda, sfruttando la relazione tra frequenza e lunghezza d'onda:

Eq. 133 $c = \lambda\,\nu \rightarrow \quad E = h\,\nu = h\frac{c}{\lambda} = E_\lambda$

in cui *h* è la costante di Planck (pari a 6.6*10^{-34} kg*m^2/s)[10] e *c* è la velocità della luce (3*10^8 m/s). Ho inoltre introdotto il simbolo E_λ per evidenziare il fatto che quell'energia è specifica di quella lunghezza d'onda.

Dividendo il flusso monocromatico (espresso come un'energia per unità di tempo e superficie) ad una data lunghezza d'onda per l'energia dei fotoni a quella lunghezza d'onda otteniamo il numero di fotoni per unità di tempo e di superficie. A questo punto non ci resta che moltiplicare per l'effettiva superficie di raccolta (l'apertura, o pupilla di ingresso, del telescopio) e per la banda passante del filtro per ottenere il numero di fotoni raccolti dal telescopio in un secondo:

Eq. 134 $\Phi = \frac{F_{\lambda V}}{E_\lambda}\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) * B_V$

Abbiamo visto dalla Tabella 6 che il flusso monocromatico di Vega vale 3.61 x 10-11 W/(m^2 nm). Con una lunghezza d'onda di 550 nm l'energia di un fotone vale:

---

[10] *Considerato il livello di precisione utilizzato in questo capitolo, approssimerò a due sole cifre significative le costanti fisiche come h e c. Utilizzare una precisione maggiore non avrebbe senso per un calcolo che si propone di essere preciso solo entro un ordine di grandezza.*

Eq. 135 $E_\lambda = h\frac{c}{\lambda} = \frac{6.6*10^{-34}*3*10^8}{550*10^{-9}} = 3.6 * 10^{-19}\ J$

L'apertura del telescopio risulta essere:

Eq. 136 $\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) = \left(\frac{\pi\ 0.2^2}{4}\right) = 0.031\ m^2$

e la banda passante B_V, di nuovo dalla Tabella 6, è pari a 86 nm. Mettendo assieme questi risultati otteniamo:

Eq. 137 $\Phi = \frac{3.61*10^{-11}}{3.6*10^{-19}} 0.031 * 86 = 2.7 * 10^8$

Il nostro telescopio raccoglie pertanto poco meno di 300 milioni di fotoni al secondo da Vega, il che spiega perfettamente come mai Vega saturi così facilmente un sensore e come mai per i pianeti, che hanno magnitudine ben inferiore a Vega, si usino esposizioni estremamente brevi, ben al di sotto del secondo.

E se invece del telescopio utilizziamo la nostra vista? L'equazione da utilizzare è sempre la Eq. 112, ma al posto del diametro del telescopio utilizzerò quello della pupilla[11] e per la banda passante utilizzerò un intervallo di 310 nm (considerando la luce visibile compresa tra 390 nm e 700 nm). Come punto centrale della banda visibile considererò inoltre lo stesso punto centrale della banda V, ovvero 550 nm, e pertanto userò lo stesso valore di flusso monocromatico (e di energia del fotone ad esse associato). Si ottiene quindi:

Eq. 138 $\Phi = \frac{3.61*10^{-11}}{3.6*10^{-19}} \left(\frac{\pi\ 0.006^2}{4}\right) * 310 = 876000$

Quando guardiamo Vega, ciascuno dei nostri occhi viene colpito da poco meno di un milione di fotoni al secondo.

Ricordo che questa stima contiene 3 approssimazioni:

[11] *In questo calcolo assumerò che il diametro della pupilla, in condizioni di visione notturna, sia di circa 6 mm.*

- Non tiene conto dell'estinzione atmosferica; quando Vega è molto bassa sull'orizzonte, la sua magnitudine estinta può arrivare a 1, con una perdita di flusso che è pertanto pari ad un fattore 1/2.5, ovvero ad una riduzione del 60%.
- Considera costante il flusso monocromatico al variare della lunghezza d'onda, ma come si evince dalla Tabella 6 non è proprio così[12].
- Utilizza una sola energia E_λ per il calcolo del numero di fotoni. Questa è probabilmente l'approssimazione meno importante in quanto l'errore che si commette sul blu (sovrastimando il numero di fotoni, visto che in quella lunghezza d'onda i fotoni stessi sono più energetici) è di segno opposto a quello che si commette sul rosso (sottostimando il numero di fotoni).

Sorgenti puntiformi: altri oggetti "stellari"

Nel paragrafo precedente ho mostrato come valutare il lusso di fotoni raccolti da un qualunque "strumento" (telescopio, binocolo, o anche l'occhio umano) per la stella Vega. Lo stesso calcolo si può estendere facilmente a qualunque altro oggetto puntiforme, ovvero stelle e pianeti.

Per approssimazione, il calcolo che sto per presentare si può estendere a qualunque altro oggetto che sia "sufficientemente" puntiforme: potremmo per esempio considerare puntiforme un oggetto la cui dimensione apparente in cielo sia trascurabile rispetto al campo visivo del telescopio. Per esempio, la nebulosa del Granchio (M1) ha una dimensione apparente di circa 0.1° e nel campo visivo di un obiettivo fotografico da 85 mm (circa 24° con un sensore full frame) potrebbe essere considerata, in prima approssimazione puntiforme.

Il punto di partenza del calcolo rimane sempre la **Eq. 112**, ma al posto del flusso monocromatico di Vega occorre utilizzare quello dell'oggetto di interesse, che chiamerò semplicemente F. Se si conosce la magnitudine dell'oggetto prescelto, è facile risalire al suo flusso. Infatti, possiamo utilizzare la **Eq. 108**, che riscriviamo come:

---

[12] Questo errore è presente solamente nel calcolo dell'intera banda visibile, o comunque quando sono prese in considerazione bande più larghe o più strette di quelle riportate in tabella. Infatti, i dati riportati in tabella sono valori medi all'interno della stessa banda e pertanto il calcolo risulta essere esatto.

Eq. 139 $$\frac{F}{F_{vega}} = 10^{-\frac{m-m_{vega}}{2.5}}$$

Ma considerando che la magnitudine di Vega è zero per definizione, possiamo riscrivere la precedente come:

Eq. 140 $$F = F_{vega}\ 10^{-\frac{m}{2.5}}$$

Questa relazione vale per il flusso e, di conseguenza, anche per tutte le grandezze che variano linearmente con il flusso, per esempio il flusso monocromatico, il numero di fotoni incidenti per unità di superficie e tempo, ecc.

Possiamo dunque riscrivere la Eq. 112 in questo modo:

Eq. 141 $$\Phi = \frac{F_{\lambda V}}{E_\lambda}\ 10^{-\frac{m}{2.5}} \left(\frac{\pi D^2}{4}\right) * B_\lambda$$

in cui:

- $F_{\lambda V}$ è il flusso monocromatico di Vega con un filtro centrato sulla lunghezza d'onda λ.
- E_λ è l'energia di un fotone avente lunghezza d'onda λ.
- m è la magnitudine dell'oggetto osservato
- D è il diametro della pupilla di ingresso dello strumento utilizzato
- B_λ è la banda passante del filtro utilizzato.

Da qui in avanti, utilizzerò (salvo diverse indicazioni) una banda centrata sui 550 nm e di conseguenza approssimerò l'equazione precedente nel seguente modo:

Eq. 142 $$\Phi = 10^8\ 10^{-\frac{m}{2.5}} \left(\frac{\pi D^2}{4}\right) * B_\lambda$$

essendo:

Eq. 143 $\frac{F_{\lambda V}}{E_{\lambda}} = \frac{3.61*10^{-11}}{3.6*10^{-19}} \cong 10^{8}$

Inoltre, se esprimiamo il diametro del telescopio in mm piuttosto che in metri (come di consueto per gli astronomi amatoriali), dobbiamo dividere il risultato per $1000^2 = 10^6$:

Eq. 144 $\Phi = 100\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)10^{-\frac{m}{2.5}}B_{\lambda}$

Passiamo allora ad un esempio pratico: quanti sono i fotoni raccolti in un secondo in banda V da un telescopio di 85 mm di diametro e provenienti da Tejat Posterior (μ Geminorum – magnitudine 2.9)? Sostituendo nella precedente abbiamo:

Eq. 145 $\Phi = 100\left(\frac{\pi 85^2}{4}\right)10^{-\frac{2.9}{2.5}}86 = 3.4 * 10^{6}$

Ripetendo il calcolo per una stella di quindicesima magnitudine le cose cominciano a farsi interessanti:

Eq. 146 $\Phi = 100\left(\frac{\pi 85^2}{4}\right)10^{-\frac{15}{2.5}}86 = 49$

Ovvero, un telescopio di 85 mm di diametro riesce a raccogliere solamente una cinquantina di fotoni al secondo in banda V da una stella di quindicesima magnitudine. Se anche la messa a fuoco fosse assolutamente perfetta e tutti quei fotoni venissero indirizzati verso un singolo pixel, considerando una FWC attorno ai 25.000 elettroni e un'efficienza (quantistica e ottica) del 50%, ci vorrebbe un'esposizione di un quarto d'ora per saturare quel pixel!

Poiché i sensori di immagine sono lineari, anche il numero di elettroni per pixel segue la stessa legge di variazione derivata in precedenza per il flusso.

Una differenza di 5 magnitudini, vista ad occhio, appare si marcata, ma in termini di flusso (e quindi anche di elettroni raccolti per pixel) stiamo parlando di un fattore 100. Se una certa configurazione strumentale produce la saturazione di Vega in un secondo, la stessa

configurazione avrà bisogno di 100 secondi per saturare Ras Alhague (Alfa dell'Ofiuco), una stella di quinta magnitudine.

Il numero minimo di fotoni rilevabili dall'occhio

La magnitudine limite per l'occhio umano è generalmente fissata a 6 ma, in condizioni ambientali eccezionali, persone con una vista altrettanto eccezionale riescono a scorgere stelle fino alla ottava magnitudine.

Applicando di nuovo la solita formula, questa volta con un'apertura di 6 mm applicata all'intera banda del visibile, otteniamo:

Eq. 147 $$\Phi = 100\left(\frac{\pi 6^2}{4}\right)10^{-\frac{8}{2.5}}310 = 3.4 * 10^6 = 550$$

L'occhio umano è quindi in grado di rilevare un flusso di circa 500 fotoni al secondo. Occorre però fare una distinzione ben precisa tra occhio e sensori di immagine: a differenza di questi ultimi, **l'occhio umano non integra il segnale**. Se continuiamo a guardare un oggetto, la sua luminosità ci appare costante, mentre invece se aumentiamo l'esposizione con una fotocamera la luminosità dell'immagine aumenta di conseguenza. Al massimo, dobbiamo considerare un periodo di integrazione di 0.1 secondi per osservare uno stimolo e questo fa scendere la quantità minima di fotoni rilevabile dall'occhio umano a 50 fotoni.

È interessante il fatto che sulla base di alcuni calcoli astronomici si possano trarre alcune interessanti conclusioni sulla fisiologia umana. Con la stima di cui sopra sono arrivato molto vicino alla reale sensibilità dell'occhio, generalmente ritenuta essere compresa tra 2 e 15 fotoni. Rispetto alla mia rispetto, è sufficiente tenere conto dell'estinzione atmosferica media per avvicinarsi ad un solo fattore 2 rispetto all'estremo superiore della sensibilità sopra menzionata. Per la cronaca, pare che un singolo bastoncello della retina sia in grado di rilevare un singolo fotone. Chi volesse approfondire può consultare, per esempio Falk G., Fatt P. (1974).

Sorgenti estese e luminosità superficiale

Con un minimo sforzo, è possibile estendere i risultati ottenuti finora ad oggetti astronomici estesi, quali nebulose, galassie e ammassi stellari. Nella maggior parte dei casi, gli oggetti di interesse degli astrofotografi dilettanti hanno dimensioni apparenti che vanno da 0.2° fino a diversi gradi. Per esempio, l'Anello di Barnard si estende per oltre 7° ed è comparabile in grandezza all'intera costellazione di Orione alla quale appartiene. Solo raramente gli oggetti interessanti dal punto di vista fotografico hanno dimensione inferiore ai 5-10 minuti d'arco (circa 0.1°), per esempio la nebulosa del Granchio. La notevole eccezione a questa regola è costituita ovviamente dai pianeti, la cui dimensione apparente si misura in secondi d'arco, ma la loro luminosità è talmente elevata (rispetto alle stelle e soprattutto agli oggetti nebulari) da porli in una categoria a sé stante dal punto di vista fotografico[13].

Per calcolare il numero di fotoni emessi da una sorgente estesa dovremmo valutare il flusso di ogni suo singolo punto. Questa procedura sarebbe tuttavia troppo complessa e pertanto si preferisce ricorrere ad un'utile approssimazione: si somma il flusso derivante da tutti i punti dell'oggetto e si ottiene in questo modo la **magnitudine integrata** dell'oggetto.

La magnitudine integrata non è altro che la magnitudine che assegneremmo all'oggetto qualora esso fosse una sorgente puntiforme o fosse approssimabile ad una sorgente puntiforme. La magnitudine integrata può essere allora utilizzata per determinare il numero totale di fotoni, provenienti da un dato oggetto e raccolti con uno specifico strumento.

Tuttavia, la magnitudine integrata è una grandezza fuorviante quando si tratta di valutare l'osservabilità (a occhio) dell'oggetto e il numero di fotoni incidenti su un singolo pixel. Per esempio, la nebulosa Cuore (IC 1805) ha una magnitudine integrata pari a 6.5 ed una dimensione apparente pari al doppio di quella della Luna, quindi dovrebbe essere visibile ad occhio nudo. Al contrario, non è semplice da osservare nemmeno al telescopio, se non da siti con poco inquinamento luminoso e con basso ingrandimento.

Il problema nasce ovviamente dal fatto che la quantità di luce relativamente grande emessa da questa nebulosa è distribuita su un'ampia superficie di cielo. Un modo più efficace di valutare l'osservabilità degli oggetti estesi è quindi quello di dividere la magnitudine integrata

[13] *In questo caso di parla di* alta risoluzione planetaria*, un genere fotografico che utilizza tecniche diametralmente opposte a quelle normalmente utilizzate per gli oggetti del profondo cielo.*

per l'area occupata dall'oggetto: si ottiene così la **luminosità superficiale m_s**, misurata generalmente in **magnitudini per secondo d'arco quadrato** o **mpass** (Magnitudes per arc second squared):

Eq. 148 $m_s = \frac{m}{A}$

Per la definizione di magnitudine e la proprietà dei logaritmi possiamo scrivere:

Eq. 149 $-2.5\ log_{10} \frac{1}{A} = 2.5\ log_{10}\ A$

E quindi la Eq. 126 si riscrive anche come:

Eq. 150 $m_s = m + 2.5\ log_{10}\ A$

Alcuni software forniscono la luminosità superficiale di diversi oggetti dello spazio profondo, tra questi i gratuiti Cartes de Ciel e Stellarium; tra i servizi online, uno che fornisce questo dato è DSO Browser (dso-browser.com). C'è da notare che Stellarium fornisce la luminosità superficiale in magnitudini per minuto d'arco quadrato (mpams) invece che in magnitudini per secondo d'arco quadrato (mpass). Per passare da una all'altra basta considerare il fattore di conversione tra secondi d'arco e minuti d'arco:

Eq. 151 $$mpass = mpams * \left(\frac{1\ arcmin}{60\ arcsec}\right)^2 = mpams - 2.5\ log_{10} \frac{1}{3600} = mpams + 8.9$$

In pratica, per ottenere la luminosità superficiale in magnitudini per secondo d'arco quadrato da quella in magnitudini per minuto d'arco quadrato dobbiamo semplicemente sommare 8.9. Per esempio, per la già citata nebulosa Cuore, Stellarium fornisce una luminosità superficiale pari a 15.1 magnitudini per minuto d'arco e sommando 8.9 otteniamo 24 magnitudini per secondo d'arco quadrato, esattamente il valore riportato da DSO Browser.

Gli strumenti per la valutazione della qualità del cielo forniscono una lettura di luminosità superficiale espressa in magnitudini per secondo d'arco quadrato.

Pertanto, i calcoli che seguiranno sono utilizzabili anche per determinare il numero di fotoni prodotti dall'inquinamento luminoso.

Angolo di campo di un pixel e di un sensore

Poiché per i soggetti estesi faremo ricorso alla luminosità superficiale, per prima cosa abbiamo la necessità di determinare l'area del cielo inquadrata dal sensore o da un singolo pixel. Per quest'ultimo dato facciamo riferimento alla schematizzazione di Figura 58.

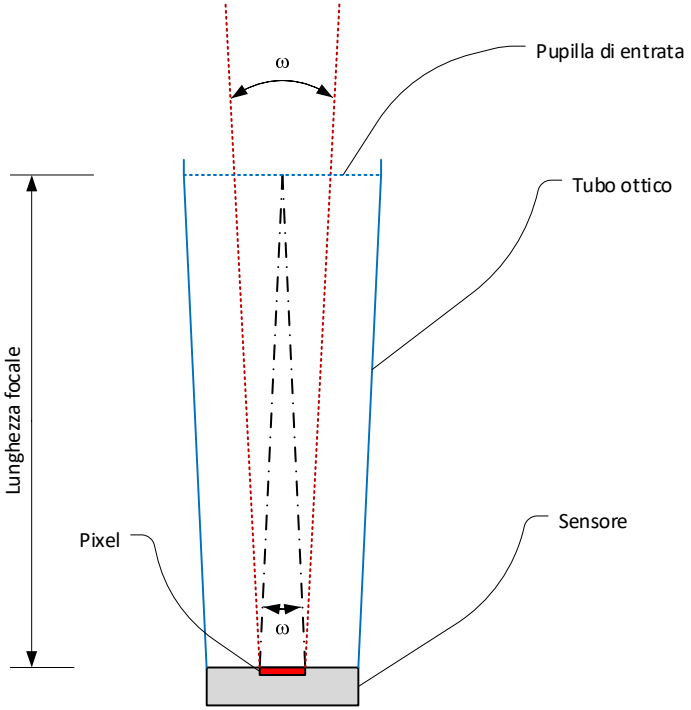


Figura 62 - Schematizzazione di un tubo ottico e di una fotocamera

Il campo visivo ω di un singolo pixel è pari alla dimensione angolare dello stesso pixel visto dalla pupilla di entrata del tubo ottico (telescopio o obiettivo fotografico). Detta F la lunghezza focale del tubo ottico, risulta:

Eq. 152 $$\omega = 2\,atan\left(\frac{L_p}{2F}\right) \cong \frac{L_p}{F}$$

Essendo l'angolo ω generalmente piccolo, si può infatti utilizzare l'approssimazione atan(x) ≈ x, quando x è espresso in radianti. Essendo i pixel di una fotocamera molto piccoli, è conveniente esprimere il risultato in secondi d'arco, piuttosto che in radianti. Considerato che un radiante equivale a 180/π gradi e che un grado equivale a 3600 secondi d'arco, il fattore di conversione tra radianti e secondi d'arco è:

Eq. 153 $1\,rad = \frac{180}{\pi}3600 = 206265\,arcsec$

E si ottiene così la spesso citata formula:

Eq. 154 $\omega = 206265\frac{Lp}{F}$

Al posto della lettera ω è più frequente trovare l'indicazione dell'angolo di campo con il simbolo FOV (Field Of View).

Per quanto riguarda il sensore, l'approssimazione atan(x) ≈ x non può più essere usata, in quanto l'angolo ω non è prossimo a zero. Inoltre, il sensore è generalmente rettangolare e pertanto presenta due diversi campi visivi in orizzontale e in verticale. Dette l e h la larghezza e l'altezza del sensore, la Eq. 130 restituisce:

Eq. 155 $FOV_l = 2\,atan\left(\frac{l}{2F}\right)$

Eq. 156 $FOV_h = 2\,atan\left(\frac{h}{2F}\right)$

Queste ultime sono le due equazioni fondamentali per derivare il campo visivo in orizzontale e in verticale dell'intero sensore.

Fotoni per pixel da una sorgente estesa

Dopo tutte queste premesse, siamo finalmente in grado di determinare il numero di elettroni incidenti su un singolo pixel e provenienti da una sorgente estesa. La Eq. 119 ci ha permesso di determinare il flusso di un oggetto puntiforme; se al posto della magnitudine integrata inseriamo la luminosità superficiale otteniamo un **flusso monocromatico per unità di superficie celeste**:

Eq. 157 $\Phi_s = \frac{F_{\lambda V}}{E_\lambda}\,10^{-\frac{m_S}{2.5}}\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) * B_\lambda$

In questo contesto ho utilizzato il pedice *s* per il flusso e per la magnitudine ad indicare che si tratta di grandezze per unità di superficie. Come nel caso precedente, $F_{\lambda V}$ rappresenta il flusso monocromatico di Vega alla lunghezza d'onda λ, E_λ è l'energia di un fotone alla lunghezza d'onda λ e B_λ è la banda passante del filtro utilizzato (centrato sulla lunghezza d'onda λ, mentre D è il diametro dello strumento utilizzato.

Per determinare il flusso non dobbiamo far altro che moltiplicare per la superficie corrispondente al campo visivo del pixel o del sensore. Per esempio, riprendendo la Eq. 132, possiamo ricavare il flusso per un singolo pixel con:

Eq. 158 $$\Phi_{pix} = \Phi_s FOV^2 = \frac{F_{\lambda V}}{E_\lambda}\ 10^{-\frac{m_S}{2.5}} \left(\frac{\pi D^2}{4}\right) * B_\lambda * \left(206265\,\frac{L_p}{F}\right)^2$$

Riordinando i fatto7ri abbiamo:

Eq. 159 $$\Phi_{pix} = \left\{\frac{F_{\lambda V}}{E_\lambda}\frac{\pi}{4}\ 206265^2\right\}\ \{(L_p\,\frac{D}{F})^2 B_\lambda\}\ 10^{-\frac{m_S}{2.5}}$$

La parte racchiusa tra la prima coppia di graffe è costante (se si utilizza sempre il flusso monocromatico di Vega in banda V e la conseguente energia dei fotoni).

La parte racchiusa nella seconda coppia di graffe dipende solo dalla **configurazione dello strumento** e in particolare dal **rapporto focale D/F** (su questo argomento ritornerò in seguito). Per esempio, con un telescopio del diametro di 85 mm, focale di 450 mm e pixel di 3.8 micron si ottiene per la nebulosa Cuore (m_s = 24) e nell'intera banda visibile (B_λ = 310 nm):

Eq. 160 $$\Phi_{pix} \cong 0.12$$

Con questa specifica configurazione strumentale, ciascun pixel riceve quindi poco un fotone ogni 8 secondi di esposizione.

Se si vuole ottenere il numero di fotoni raccolti in totale dal sensore è sufficiente sostituire al campo visivo del pixel quello del sensore (per i sensori non quadrati, al posto del termine FOV^2 si utilizzerà il prodotto $FOV_l * FOV_h$).

Elettroni e ADU per pixel nel caso di sorgenti estese

L'ultimo passo logico che rimane da fare è quello di determinare il numero di elettroni convertiti nel corso di un'esposizione e, di conseguenza, il valore in ADU registrato per un singolo pixel nel caso di sorgenti estese.

Nel paragrafo precedente ho mostrato come calcolare il numero di fotoni incidenti su un pixel in un secondo. Per ottenere il numero di elettroni che vengono convertiti durante un'esposizione è quindi sufficiente moltiplicare per la durata dell'esposizione e per l'efficienza quantistica:

Eq. 161 $$S_i = \phi_{pix}\, QE\, t$$

Questa equazione definisce un segnale ideale, quello in cui non ci sono perdite nello strumento. In realtà dobbiamo tenere presente anche il coefficiente di trasmissione delle lenti (sempre minore di 1) e/o il coefficiente di riflessione degli specchi (a sua volta sempre minore di 1). Con i moderni sensori di immagine l'efficienza quantistica QE può essere tranquillamente superiore al 50%. Ogni elemento in vetro, sia esso lente o specchio, produce generalmente una perdita di alcuni punti percentuali. Se moltiplichiamo tutti questi fattori, possiamo definire un **fattore di efficienza elettro-ottica η** che tiene conto di tutte le perdite e che assume valori tipicamente compresi tra il 30% e il 50%.

Possiamo quindi esprimere il segnale in elettroni come:

Eq. 162 $$S = \phi_{pix}\, \eta\, t$$

E riprendendo la Eq. 136:

Eq. 163 $$S = \frac{F_{\lambda V}}{E_\lambda}\, 10^{-\frac{m_S}{2.5}} \left(\frac{\pi D^2}{4}\right) * B_\lambda * \left(206265 \frac{L_p}{F}\right)^2\, \eta\, t$$

Questo sarà il nostro punto di partenza per valutare il numero di elettroni raccolti da un pixel nel corso di un'esposizione di durata *t*. Se vogliamo ottenere un risultato in ADU non dobbiamo fare altro che dividere per il guadagno G e sommare l'offset O:

Eq. 164 $S_{ADU} = \frac{S}{G} + O$

Riprendendo ancora l'esempio della nebulosa Cuore, nel paragrafo precedente abbiamo calcolato l'arrivo di 0.12 fotoni per pixel per secondo di esposizione, considerando l'intera banda visibile. Ipotizzando un'esposizione di 300 secondi e un'efficienza elettro-ottica del 40% otteniamo:

Eq. 165 $S = \phi_{pix}\, \eta\, t = 0.12 * 0.4 * 300 \cong 14\, e-$

Con un guadagno G = 0.5 e un offset pari a 64, il numero di ADU per pixel sarà:

Eq. 166 $S_{ADU} = \frac{S}{G} + O = \frac{14}{0.5} + 64 = 92$

Esempio pratico: nebulosa California (NGC 1499) in H-alfa

In Figura 59 è presente una delle mie foto astronomiche: si tratta della nebulosa NGC 1499, conosciuta anche come Nebulosa California, una nebulosa ad emissione situata nella costellazione di Perseo, con una luminosità superficiale di 23.1 mpass.

Figura 63 - Nebulosa California (NGC 1499)

Questa immagine è stata realizzata in HaRGB, combinando il campo stellare ripreso in RGB (con filtri Astronomik DeepSky) con un'immagine H-alfa (filtro Astronomik con banda passante di 6 nm).

Ho effettuato le riprese con un rifrattore apocromatico Takahashi FSQ-85EDX (diametro 85 mm e focale di 450 mm), dotato di riduttore 0.7x. Per l'acquisizione ho utilizzato una fotocamera QHYCCD QHY163M, con pixel di 3.8 micron di lato. La scala di immagine risultante è di 2.39"/pixel, con una lunghezza focale equivalente di 328 mm.

Per quanto riguarda la parte in banda stretta, ogni singola esposizione H-alfa ha avuto una durata di 600 secondi, mentre quelle RGB di 60 secondi ciascuna.

In questo esempio mi prefiggo di determinare il numero di elettroni per pixel nelle esposizioni con filtro H-alfa. Abbiamo quindi:

- B_λ = 6 nm (la banda passante del filtro H-alfa)
- λ = 656 nm
- L_p = 3.8 micron (lato del pixel)
- L = 328 mm (lunghezza focale)
- m_s = 23.1 mpass (luminosità superficiale della nebulosa California)
- Q_e e η = non disponendo di dati misurati per questi due parametri, ipotizzerò che il loro prodotto sia pari al 40%
- t = 600 s (durata dell'esposizione Ha)

Riprendendo la Eq. 141:

Eq. 167 $$S = \frac{F_{\lambda V}}{E_\lambda}\ 10^{-\frac{m_S}{2.5}}\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) * B_\lambda * \left(206265\frac{L_p}{F}\right)^2\ \eta\ t$$

E sostituendo i valori numerici:

Eq. 168 $$S = \frac{3.61*10^{-11}}{3.6*10^{-19}}\ 10^{-\frac{23.1}{2.5}}\left(\frac{\pi\ 0.085^2}{4}\right)\ 6 * \left(206265\frac{3.8\ 10^{-6}}{0.328}\right)^2\ 0.4 * 600 = 3\ e-$$

In questa specifica immagine, ogni pixel del sensore ha raccolto **mediamente** 3 elettroni circa. Il numero di fotoni è poco più del doppio (avendo assunto pari al 40% l'efficienza elettro-ottica).

Ne consegue che, per questa specifica immagine e questa specifica strumentazione, ogni pixel riceve circa 1 fotone ogni 2 minuti!

Siccome la luminosità superficiale è un dato medio (ottenuto dividendo la magnitudine dell'oggetto per la sua superficie), ne consegue che alcuni pixel avranno raccolto un numero ben maggiore di fotoni, altri un numero inferiore.

Tenendo conto che con il Gain impostato per la fotocamera (174) il guadagno G vale circa 0,039 elettroni/ADU, si ottiene che la media del segnale espressa in ADU è pari a:

Eq. 169 $S_{ADU} = \frac{S}{G} = \frac{3}{0{,}039} \cong 77\ ADU$

A titolo di verifica empirica, il valore medio in ADU delle esposizioni è attorno a 2030, mentre quello mediano di circa 1820. Occorre tenere conto del fatto che il dato in ADU di ciascun pixel è la somma di 3 contributi:

- Il segnale dell'oggetto fotografato;
- Il segnale dovuto all'inquinamento luminoso;
- Il segnale termico.

Definire esattamente qual è il contributo del segnale dell'oggetto non è semplice, ma generalmente si assume che il valore mediano sia una buona rappresentazione della somma di inquinamento luminoso e segnale termico.

Il segnale effettivo dovrebbe essere quindi pari alla differenza tra media e mediana, ovvero pari a circa 2030 – 1820 = 210 ADU. Si tratta di un valore pari al triplo rispetto a quello stimato e già questo è un buon successo. Un calcolo più accurato avrebbe dovuto tenere conto anche di diversi altri aspetti, tra cui:

- Il diverso spettro di emissione tra l'oggetto considerato (una nebulosa ad emissione) e l'oggetto di riferimento (Vega, una stella bianco-azzurra).
- L'incertezza nel dato di riferimento (la luminosità superficiale della nebulosa California);
- Il fatto che le immagini che ho utilizzato non sono state calibrate.

Più in dettaglio, una nebulosa ad emissione ha uno spettro di emissione di una stella di tipo A0 V come Vega. Al contrario, la gran parte della luce emessa dalla nebulosa California ha lunghezza d'onda pari a quella della riga H-alfa, quindi nella zona dei rossi profondi, come si evince anche dalle immagini riportate in Figura 60 (in tutte queste immagini è stato applicato solamente uno stretch automatico mediante la funzione STF di PixInsight). Nella banda Ha (in alto a sinistra) la nebulosità è estremamente evidente e dettagliata, rimanendo ovviamente visibile anche con il filtro rosso (in alto a destra), il quale lascia passare per intero la riga H-alfa (la differenza di dettaglio e luminosità tra le due immagini in alto è dovuta al fatto che l'esposizione H-alfa è di 600 secondi, mentre quella con filtro rosso di soli 60 secondi)

La nebulosità è invece quasi invisibile con filtro verde (in basso a sinistra) e lievemente più pronunciata con filtro blu (in basso a destra), verosimilmente a causa della presenza di una ridotta quantità di ossigeno ionizzato (OIII) all'interno della nebulosità.

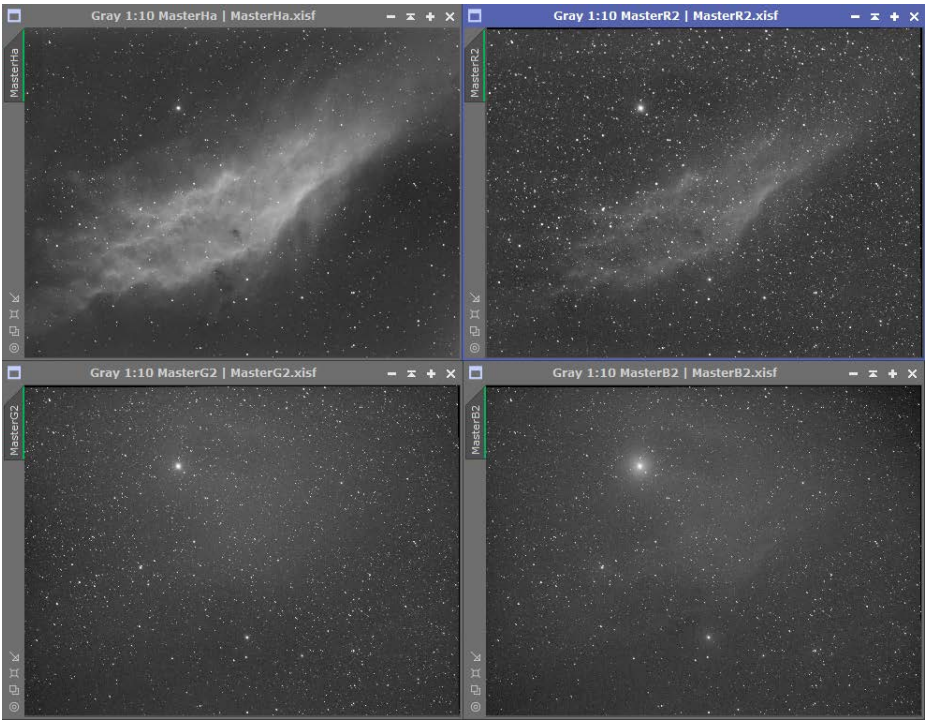


Figura 64 - Dall'alto e da sinistra a destra, le componenti Ha, R, G e B dell'immagine della nebulosa California

Purtroppo, il dato di magnitudine superficiale che ho utilizzato non specifica in quali condizioni è stato misurato ed in particolare in quale banda. È decisamente probabile che, per questo oggetto, il flusso in banda V sia decisamente inferiore a quello in banda R. Sarebbe sufficiente che la magnitudine sulla banda R fosse inferiore di una sola unità per rendere la mia stima sostanzialmente corretta. Le immagini riportate in Figura 60 sembrano suffragare questa ipotesi.

Ribadisco dunque il concetto: questi sono calcoli approssimati, che possono al massimo consentire di individuare un ordine di grandezza per le variabili fisiche in gioco.

Nonostante la precisione non sia molto elevata, questi calcoli possono rivelarsi molto utili per almeno due motivi principali.

Il primo motivo è quello di farsi un'idea di quanto sarà il rapporto segnale/rumore per un dato oggetto astronomico e un certo tempo di esposizione totale. In alternativa, determinare il tempo di esposizione richiesto per ottenere il rapporto segnale/rumore desiderato.

In secondo luogo, questi calcoli permettono di determinare il tempo ottimale per la singola esposizione sulla base della qualità del cielo e del filtro utilizzato. Questo sarà però l'argomento dei prossimi capitoli.

CAPITOLO 22
SI PUÒ FOTOGRAFARE IL CIELO DALLA CITTÀ?

Una domanda ricorrente, a cui segue una risposta tanto lapidaria quanto scoraggiante: assolutamente no! Eppure, questa risposta non è del tutto corretta. Non è impossibile ottenere una buona foto anche dalla città, è solo tremendamente difficile. **Ma aspettate a gettare la spugna**, perché in fondo al capitolo arriverà una gradita sorpresa.

Segnale e rumore del fondo cielo

Per valutare il segnale proveniente dal fondo cielo è necessario disporre di una misura della sua luminosità superficiale. Il modo migliore di misurarla è quello di utilizzare un luminanziometro dedicato, noto anche come Sky Quality Meter. In alternativa, con minor precisione, è possibile ricorrere a una app per smartphone, per esempio DarkSkyMeter (per quanto ne so, disponibile solo su iOS).

Come ultima risorsa, si può fare ricorso alla seguente tabella, che fornisce un'equivalenza di tipo qualitativo[14] tra luminosità superficiale del cielo e scala di Bortle.

[14] *Poiché la scala di Bortle si basa su una valutazione soggettiva delle condizioni del cielo, l'equivalenza con la luminosità superficiale non può che essere approssimativa.*

Colore	Luminosità superficiale [mpass[15]]	Scala di Bortle
	22.00 ÷ 21.99	1
	21.99 ÷ 21.93	2
	21.93 ÷ 21.89	2
	21.89 ÷ 21.81	3
	21.81 ÷ 21.69	3
	21.69 ÷ 21.51	4
	21.51 ÷ 21.25	4
	21.25 ÷ 20.91	4.5
	20.91 ÷ 20.49	4.5
	20.49 ÷ 20.02	5
	20.02 ÷ 19.50	5
	19.50 ÷ 18.95	6
	18.95 ÷ 18.38	7
	18.38 ÷ 17.80	8

Tabella 7 - Scala di Bortle e luminosità superficiale del cielo

A partire da questo dato, possiamo riprendere la Eq. 145 del CAPITOLO 17, utilizzando la magnitudine superficiale del cielo al posto di quella dell'oggetto da fotografare, otteniamo quindi:

Eq. 170 $$S_{sky} = \frac{F_{\lambda V}}{E_{\lambda}} \, 10^{-\frac{m_{sky}}{2.5}} \left(\frac{\pi D^2}{4}\right) * B_{\lambda} * \left(206265 \frac{L_p}{F}\right)^2 \eta \, t$$

Riprendendo di nuovo l'esempio della Nebulosa California del CAPITOLO 17, nel mio principale sito astrofotografico il cielo ha una luminosità tra 19.5 e 20 mpass (in base alla serata e a quante persone sono sveglie nella vicina Udine – di seguito utilizzerò il valore minore pari a 19.5). Per

[15] *Ricordo che mpass è un acronimo di Magnitudes per arcsecond squared, ovvero Mag/arcsec²*

un'esposizione di un minuto con filtro verde e con la stessa strumentazione descritta nel CAPITOLO 17:

Eq. 171 $S_{sky} = \frac{3.61*10^{-11}}{3.6*10^{-19}}\ 10^{-\frac{19.5}{2.5}}\ \left(\frac{\pi*0.085\text{^}2}{4}\right) 86 \left(206265 \frac{3.8*10^{-6}}{0.328}\right)^2\ 0.4\ 60 \cong 130\ e-$

Ma quello che ci interessa veramente è il rumore dovuto al fondo cielo, che naturalmente è dato dalla radice quadrata del segnale, ovvero:

Eq. 172 $N_{sky} = \sqrt{S_{sky}} = \sqrt{130} \cong 11.4\ e-$

I numeri si presentano ben diversi se, invece di lavorare in banda larga, utilizziamo un filtro in banda stretta. Per un calcolo rapido, dalla Eq. 148 possiamo vedere che il segnale è direttamente proporzionale alla banda passante del filtro selezionato. Per esempio, in banda H-alfa (banda di 6 nm centrato sui 656 nm) il segnale sarebbe 86/6 ≈ 14.3 volte inferiore a quello in banda larga con filtro da 86 nm[16], mentre il rumore diminuirebbe della radice quadrata di questo fattore, ovvero di circa 3.8 volte.

Eq. 173 $S_{skyHa} = 9\ e- \qquad N_{skyHa} = 3\ e-$

Con un filtro Luminanza si può applicare un ragionamento diametralmente opposto. Supponendo una banda passante di circa 310 nm, il segnale ricevuto dal cielo sarebbe ancora più grande rispetto a quello rilevato con filtro verde, di un fattore pari a 310/86. Questo segnale sarebbe inoltre maggiore di un fattore 50 rispetto al caso con filtro H-alfa e, conseguentemente, il rumore sarebbe oltre 7 volte superiore:

Eq. 174 $S'_{sky} = 470\ e- \qquad N'_{sky} = 22\ e-$

---

[16] In realtà, se si misurasse effettivamente il fondo cielo con un filtro H-alfa, si troverebbe un segnale ancora più debole. Ciò è dovuto al fatto che la maggior parte dell'inquinamento luminoso è localizzato attorno ai gialli delle righe spettrali del sodio e del vapore di mercurio utilizzati nell'illuminazione stradale (perlomeno fino a quando queste lampade saranno sostituite da versione a LED, che coprono un più ampio spettro di lunghezze d'onda – salvo che intervenga un'opportuna legislazione a determinare una più bassa temperatura di colore anche per le lampade a LED).

Un filtro in banda stretta consente quindi di ridurre il segnale provocato dall'inquinamento luminoso di un fattore pari a circa 300/B (rispetto ad un filtro Luminanza o "Clear") e il rumore di un fattore pari a √ (300/B), dove B è la banda passante del filtro. Questi fattori sono da considerarsi minimi e, per filtri H-alfa e SII, ci si possono attendere differenze anche superiori.

Inquinamento luminoso e SNR

Per valutare l'impatto dell'inquinamento luminoso sulla fotografia astronomica è conveniente partire da alcune ipotesi semplificative. Supponiamo innanzitutto che la fotocamera sia raffreddata ad una temperatura tale da rendere trascurabile il rumore termico. Supponiamo inoltre che il rumore di lettura sia a sua volta trascurabile.

Riprendendo la Eq. 83, che esprime il rumore totale, troviamo che:

Eq. 175 $$N_T = \sqrt{N_i^2 + N_{sky}^2 + N_{th}^2 + RON^2} \cong \sqrt{N_i^2 + N_{sky}^2}$$

Consideriamo ora due siti osservativi, A e B, caratterizzati da una luminosità superficiale del cielo rispettivamente pari a m_{skyA} e m_{skyB}. Sulla base della Eq. 148 possiamo scrivere:

Eq. 176 $$S_{skyA} = \frac{F_{\lambda V}}{E_\lambda}\ 10^{-\frac{m_{skyA}}{2.5}} \left(\frac{\pi D^2}{4}\right) * B_\lambda * \left(206265 \frac{L_p}{F}\right)^2\ \eta\ t$$

Eq. 177 $$S_{skyB} = \frac{F_{\lambda V}}{E_\lambda}\ 10^{-\frac{m_{skyB}}{2.5}} \left(\frac{\pi D^2}{4}\right) * B_\lambda * \left(206265 \frac{L_p}{F}\right)^2\ \eta\ t$$

Da cui segue:

Eq. 178 $$\frac{S_{skyA}}{S_{skyB}} = \frac{10^{-\frac{m_{skyA}}{2.5}}}{10^{-\frac{m_{skyB}}{2.5}}} = 10^{\frac{m_{skyB} - m_{skyA}}{2.5}}$$

Che si può scrivere anche come:

Eq. 179 $$S_{sky_A} = 10^{\frac{m_{skyB} - m_{skyA}}{2.5}} S_{sky_B}$$

Ed infine, considerando il rumore associato al fondo cielo:

Eq. 180 $$\sqrt{S_{sky_A}} = \sqrt{10^{\frac{m_{skyB} - m_{skyA}}{2.5}} S_{sky_B}}$$

Ovvero:

Eq. 181 $$N_{sky_A} = 10^{\frac{m_{skyB} - m_{skyA}}{5}} N_{sky_B}$$

Una diminuzione di 5 magnitudini della luminosità superficiale del cielo produce un aumento del rumore dovuto al fondo cielo pari a 10 volte. In altri termini, ogni magnitudine in meno provoca un aumento del rumore dovuto al fondo cielo di circa il 60%.

Definire una espressione analitica del rapporto segnale/rumore in funzione della luminosità superficiale del cielo produrrebbe una formula estremamente complessa, anche perché essa dipende anche dalla luminosità del soggetto fotografato. Preferisco pertanto riportare alcuni esempi che permettano di dare una chiara idea di cosa succede quando si confronta un cielo di tipo cittadino con un cielo sostanzialmente privo di inquinamento luminoso.

Supponiamo allora che i due siti A e B siano caratterizzati da luminosità superficiali pari rispettivamente a 16 mpass (un tipico cielo in centro città) e 21.5 mpass (un ottimo sito oscuro):

m_{skyA} = 16 mpass; m_{skyB} = 21.5 mpass

Supponiamo inoltre di utilizzare un filtro Luminanza con banda passante di circa 310 nm e di totalizzare un'ora di esposizione su 3 diversi bersagli, aventi luminosità superficiale pari a 20 (es. Nebulosa Rosetta), 22 (es. Nebulosa Trifida) e 24 (es. Nebulosa Cuore) mpass.

Per tutto il resto dei dati tecnici farò riferimento all'esempio del CAPITOLO 17, quindi ad un telescopio di 85 mm di diametro ed una camera che, in abbinamento a quel telescopio, produce un campo visivo di 2.35 secondi d'arco per ciascun pixel.

I risultati dei calcoli sono riportati nella seguente tabella.

	Sito A	Sito B
Luminosità superficiale cielo	**16,00**	**21,50**
Segnale fondo cielo	171.553,00	1.082,00
Rumore fondo cielo	414,19	32,89
Oggetto A [20 mag/arcsec2]		
Segnale	4.309,00	4.309,00
Shot Noise	65,64	65,64
Rumore totale	419,36	73,42
SNR	10,28	58,69
Oggetto B [22 mag/arcsec2]		
Segnale	683,00	683,00
Shot Noise	26,13	26,13
Rumore totale	415,01	42,01
SNR	1,65	16,26
Oggetto C [24 mag/arcsec2]		
Segnale	108,20	108,20
Shot Noise	10,40	10,40
Rumore totale	414,32	34,50
SNR	0,26	3,14

Tabella 8 - Confronto tra il cielo di due siti

Il sito A risulta sempre **limitato dal cielo** (una condizione che in Inglese è sintetizzata con la dizione **sky limited**); in altri termini, il rumore relativo all'inquinamento luminoso sovrasta qualsiasi altra sorgente di rumore, compreso lo shot noise. Anche con oggetti relativamente luminosi come la nebulosa Rosetta (ma nella stessa zona di luminosità superficiale ricadono anche la brillante Grande Nebulosa di Orione – M42 – o il Grande Ammasso di Ercole – M13), lo

shot noise è completamente trascurabile e il SNR, dopo un'ora di esposizione è solamente pari a 10.

Nel sito B la situazione è molto migliore: lo shot noise sovrasta il rumore dovuto all'inquinamento luminoso e il SNR sale a circa 60, già un ottimo valore di partenza.

Basta passare a un oggetto più fioco, come la Nebulosa Trifida, per mettere totalmente in crisi il povero astrofotografo che viene a trovarsi nel sito A: il rapporto segnale rumore è appena superiore all'unità, ovvero una situazione al limite dell'utilizzabile. Anche nel sito B la situazione peggiora, ma il SNR rimane comunque attorno ad un buon 16.

Nulla da fare per il sito A nel caso di un oggetto come la Nebulosa Cuore: un'ora di esposizione non basta nemmeno lontanamente ad ottenere un SNR pari a 1, mentre nel sito B si ottiene un'immagine fortemente rumorosa, ma in cui l'oggetto è ancora chiaramente visibile (SNR > 1).

Si può ovviare al problema? La risposta è un chiaro ed inequivocabile SI. Temo però che il modo di farlo non piacerà agli astrofotografi di città.

La chiave dell'arcano sta nella dipendenza del SNR dal tempo di esposizione. Nel CAPITOLO 16 ho dimostrato che il SNR aumenta in proporzione[17] alla radice quadrata del tempo di esposizione.

Nella tabella precedente, per l'oggetto A possiamo notare che il sito B riesce ad ottenere, a parità di tempo di esposizione, un SNR 5.7 volte superiore a quello del sito A. Se nel sito A vogliamo ottenere lo stesso SNR del sito B, non dobbiamo fare altro che aumentare il tempo di esposizione totale di un fattore pari a 5.7^2, ovvero di circa 32 volte.

[17] *Salvo effetti minori nel caso in cui il rumore di lettura non sia trascurabile rispetto alle altre sorgenti di rumore.*

Non è dunque necessariamente vero che non si può ottenere un buon SNR in città. È sufficiente utilizzare un tempo di integrazione più lungo. MOLTO più lungo!

Quello che riuscite ad ottenere in un'ora di esposizione in montagna, richiede una trentina di ore in centro città: **è una differenza abissale!**

Di fatto, piuttosto di passare 4 nottate intere (come minimo) per una sola immagine, è decisamente più efficiente farsi anche 200 km in auto per poi integrare per una sola ora.

Ma non è finita qui, perché l'esempio che ho appena fatto è il più semplice di tutti. Nel caso peggiore, quello dell'oggetto C, il rapporto tra segnale e rumore del sito B è 12 volte superiore a quello del sito A, pertanto in quest'ultimo il tempo di integrazione necessario per ottenere lo stesso SNR sarà **144 volte superiore a quello del sito B!**

E non è ancora finita, perché anche nel sito B le cose non vanno benissimo in tema di SNR, per un soggetto così debole. Per ottenere un SNR superiore almeno a 10, occorreranno circa 8 ore di integrazione e per ottenere un risultato comparabile nel sito A è meglio prepararsi a esporre per **1000 ore**!

Considerando anche una media di 6 ore a notte, ci vorrebbero quasi 6 mesi per completare l'opera, supponendo che il meteo sia sempre clemente e che l'attrezzatura funzioni sempre correttamente. Più verosimilmente, l'impresa richiederebbe anni.

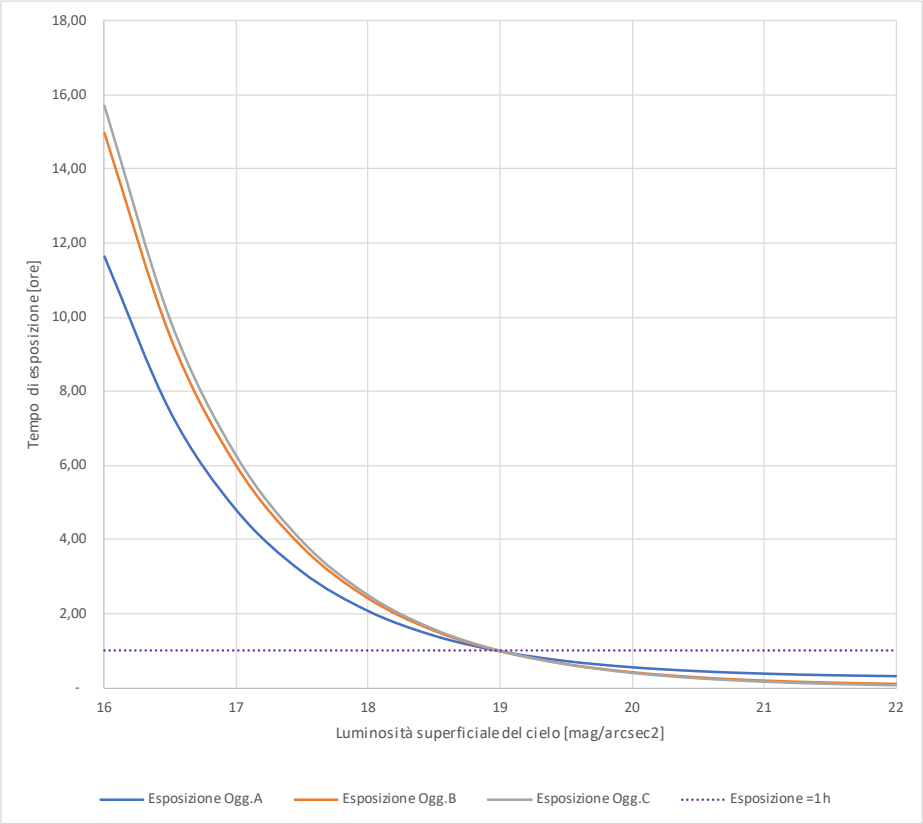


Figura 65 - Tempo di esposizione in funzione della Luminosità superficiale del cielo (curve iso-SNR)

In Figura 61 ho riportato i dati dell'esempio sotto forma di curve **iso-SNR**. Tutti i punti di una data curva hanno lo stesso SNR, corrispondente a quello che si avrebbe con un'ora di esposizione in un cielo con una luminosità superficiale di 19 mag/arcsec^2. Le 3 curve fanno riferimento ai 3 soggetti e alla strumentazione citata negli esempi precedenti. Ancora una volta, si può apprezzare il fatto che, al peggiorare delle condizioni del cielo, il tempo di esposizione aumenta esponenzialmente se si vuole mantenere una certa qualità dell'immagine in termini di SNR.

Una nota importante: in questa discussione non ho tenuto conto della Full Well Capacity del sensore. Se la FWC fosse illimitata, il ragionamento non farebbe una grinza (fatto salvo che si potrebbe discutere di quanto sia sensato esporre per 1000 ore sullo stesso soggetto). Tuttavia, soprattutto nel caso di bersagli molto deboli, per evitare di saturare il sensore con il solo segnale del cielo si dovrebbero realizzare esposizioni relativamente brevi e con guadagno molto basso, con la conseguenza che il numero di elettroni dovuti al bersaglio sarebbe molto ridotto. Sottrarre il fondo cielo da ogni singola esposizione significherebbe allora calcolare la differenza tra due numeri relativamente grandi e molti simili (per esempio 15451 e 15442), ottenendo un risultato del valore di alcune ADU (in questo esempio 9).

Questa è esattamente la situazione in cui occorre fare molta attenzione non solo ai dati rilevati dalla strumentazione, ma anche al modo in cui li si processano. Occorre infatti ricordare che i computer operano con una rappresentazione dei numeri che non è mai precisa: esattamente come non si può rappresentare in modo esatto il numero 1/3 mediante la notazione decimale (il risultato è ovviamente 0.3333333…. ma occorrerebbero infinite cifre per esprimere correttamente questo numero), anche in binario sussiste un problema analogo (solitamente, i numeri reali hanno una precisione limitata a 32 bit – detta singola precisione – o 64 bit – doppia precisione – oppure 80 bit – precisione estesa; una cifra decimale significativa corrisponde a circa 3.2 bit, per cui i numeri in singola precisione permettono di rappresentare al più 10 cifre significative; in realtà, 8 bit sono generalmente utilizzati per l'esponente di 10 nella forma scientifica m*10^e, per cui i rimanenti 8 bit sono a malapena sufficienti per 8 cifre significative).

Inoltre, quando ci si trova ad operare con numeri molto diversi gli uni dagli altri, possono verificarsi problemi di calcolo. Per esempio, per la proprietà commutativa A+B-C = A-C+B; ora, aprite Excel (o un altro foglio di calcolo) ed inserite le seguenti informazioni nella prima colonna:

	A
1	1e16
2	1
3	1e16
4	=A1+A2-A3
5	=A1-A3+A2

Il risultato delle celle A4 e A5 dovrebbe essere lo stesso; invece questo è quello che viene visualizzato:

	A
1	1,00E+16
2	1
3	1,00E+16
4	0
5	1

Il risultato della cella A4 è chiaramente sbagliato. Il motivo è da cercare proprio nella limitata precisione con la quale vengono rappresentati i numeri: se si somma 1 ad un numero enorme come 10^{16}, il risultato rimane 10^{16} in quanto Excel non ha modo di rappresentare 16 cifre significative e pertanto il risultato è troncato. Se invece sottraiamo 10^{16} da sé stesso, otteniamo zero e a quel punto sommare un numero piccolo come 1 diventa ordinaria amministrazione.

Al di là dell'applicazione all'astrofotografia cittadina, questo esempio è molto educativo, in quanto mostra come non sia mai una buona idea fidarsi in modo acritico dei risultati di un software!

Questa considerazione vale per qualsiasi applicativo in commercio, non solamente per i gratuiti pacchetti open source, ma anche per i più blasonati come PixInsight, che non sono affatto immuni da errori[18]. Anche qualora il codice sia assolutamente corretto, i limiti imposti dall'architettura dei computer possono comunque causare problemi in certe specifiche circostanze.

Non è ancora il momento di gettare la spugna

Fino a questo momento abbiamo considerato riprese in banda larga. C'è però una ben precisa categoria di oggetti, le nebulose a emissione, che lasciano intravedere un barlume di speranza a chi vive sotto cieli inquinati.

---

[18] Più avanti citerò il caso di un clamoroso errore che io stesso ho scoperto all'interno del codice di uno degli script di PixInsight.

Ipotizziamo che una nebulosa a riflessione emetta tutta la sua energia in corrispondenza della riga H-alfa, ovvero a circa 656 nm. Un filtro centrato su questa banda lascerà passare la gran parte della luce proveniente dalla nebulosa, ma al contempo filtrerà la maggior parte dell'inquinamento luminoso, tipicamente molto più vicino alle righe di emissione del sodio e del mercurio (anche se la crescente diffusione di lampade stradali a LED sta cambiando le cose).

In sintesi, il filtro in banda stretta lascia passare la maggior parte del segnale della nebulosa, mentre taglia quasi completamente l'inquinamento luminoso. La stessa cosa avviene per i filtri centrati sulle righe SII e, in misura minore, OIII.

Fotografare oggetti astronomici dalla città non è quindi totalmente impossibile, a patto di usare filtri a banda stretta.

fortunatamente, questa tecnica funziona solo per le nebulose ad emissione, mentre è sostanzialmente inutile per galassie, ammassi e nebulose a riflessione, avendo questi oggetti uno spettro di emissione molto ampio e quindi impossibile da "canalizzare" attraverso un filtro a banda stretta.

Un possibile compromesso sono i filtri LPS (Light Pollution Suppression) e UHC (Ultra High Contrast), che filtrano le lunghezze d'onda corrispondenti all'illuminazione pubblica stradale. Tuttavia, ottenere colori fedeli con questi filtri è sempre problematico e, per di più, i nuovi lampioni a LED diffondono luce ad ampio spettro, rendendo poco efficaci questi filtri.

CAPITOLO 23

CONTA IL DIAMETRO O IL RAPPORTO FOCALE?

Questa diatriba è un po' come la Macchia Rossa di Giove: esiste da secoli e non da segno di volersi dissolvere. C'è chi dice che la qualità di una foto astronomica dipende dal diametro del telescopio, mentre altri sostengono il contrario.

Il CAPITOLO 16 e il CAPITOLO 19 contengono la risposta tra le righe e basta pensarci un attimo per capire che questo apparente paradosso non è affatto tale.

Nella Eq. 119 abbiamo visto che il flusso in entrata in uno strumento di diametro D è proporzionale al quadrato del diametro stesso. Infatti, una volta fissata la banda utilizzata per l'osservazione e la magnitudine dell'oggetto osservato, abbiamo che:

Eq. 182 $$\Phi = \frac{F_{\lambda V}}{E_\lambda}\, 10^{-\frac{m}{2.5}} \left(\frac{\pi D^2}{4}\right) * B_\lambda = k_\phi D^2; \quad SNR \approx D$$

La lunghezza focale, e di conseguenza anche il rapporto focale, non hanno alcuna influenza sul numero totale di fotoni raccolti, mentre il rapporto segnale/rumore aumenta linearmente con il diametro.

D'altra parte, se consideriamo il flusso per pixel per un oggetto esteso, ed in particolare la Eq. 136, possiamo notare che esso dipende dal quadrato del rapporto focale:

Eq. 183 $$\Phi_{pix} = \frac{F_{\lambda V}}{E_\lambda}\, 10^{-\frac{m_S}{2.5}} \left(\frac{\pi D^2}{4}\right) * B_\lambda * \left(206265 \frac{Lp}{F}\right)^2 = k_{\phi pix} f^2; \; SNR \approx f$$

Essendo il rapporto focale definito come:

Eq. 184 $$f = \frac{D}{F}$$

Questo aspetto è importante quando il segnale è scarso. Infatti, a livello di pixel esiste una forma di rumore che è indipendente da qualsiasi altro parametro (segnale, temperatura,

inquinamento luminoso, durata dell'esposizione, ecc.): si tratta del **rumore di lettura**. Il rumore di lettura definisce quello che, nel CAPITOLO 11, ho chiamato **noise floor**: il "muro" al di sotto del quale si ha totale perdita di informazione.

Questo concetto si applica solamente a livello di pixel, pertanto nel tenerne presente dobbiamo considerare il flusso per pixel. Fino a quando il flusso per pixel è elevato (relativamente al rumore di lettura), possiamo con buona approssimazione sostenere che la qualità dell'immagine dipende solo dal diametro del telescopio, ma quando il flusso per pixel è basso è il rapporto focale a fare la differenza.

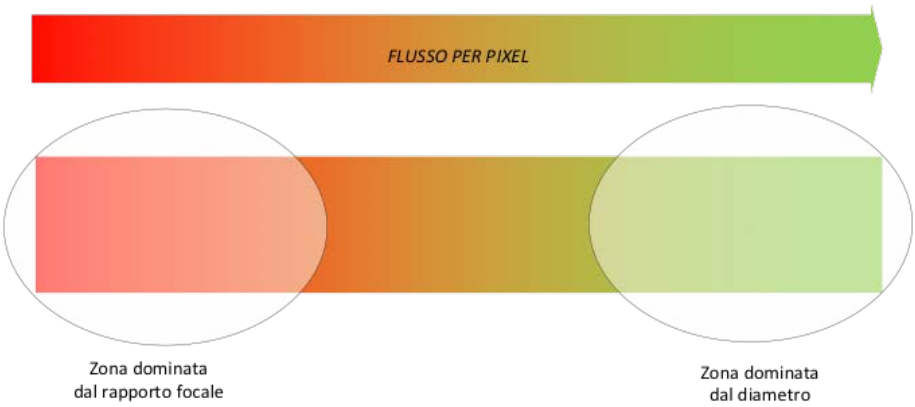


Figura 66 - A basso flusso per pixel è importante il rapporto focale, ad elevato flusso il diametro

CAPITOLO 24

FWC, DIMENSIONE DEL PIXEL E RAPPORTO FOCALE

Riprendendo l'analogia della pioggia del CAPITOLO 5, possiamo immaginare che un pixel sia equivalente ad un secchio posto sotto alla pioggia (Figura 63). La quantità d'acqua raccolta dipende dall'intensità della pioggia, dal tempo durante il quale i secchi sono esposti alla pioggia e dalla superficie del secchio:

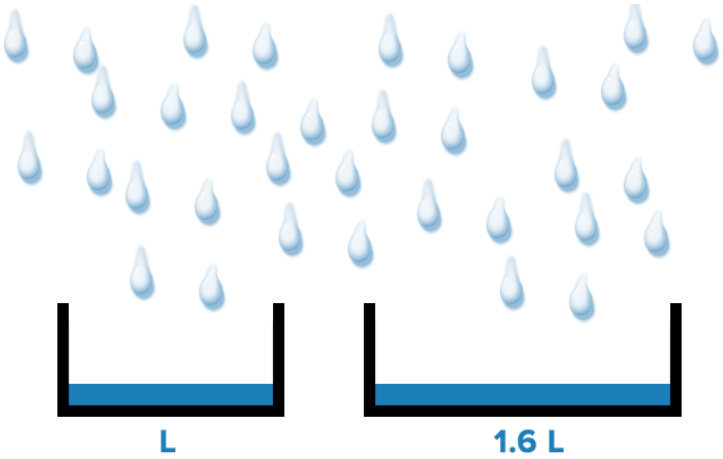


Figura 67 - Analogia tra un pixel e un secchiello sotto la pioggia

In questo semplice esempio entrambi i "secchi" hanno sezione quadrata. Quello a sinistra è più piccolo e rappresenta il pixel di un sensore APS-C, quello di destra ha un lato maggiore di 1.6 volte e rappresenta il pixel di un sensore Full Frame con un'**identica risoluzione** (il numero di pixel si ottiene dividendo il lato del sensore per il numero di pixel su quel lato - se le risoluzioni sono diverse, il rapporto tra le dimensioni dei pixel non è necessariamente pari al rapporto tra le dimensioni dei sensori).

La quantità di acqua raccolta dai due secchi sarà proporzionale alla loro area e al tempo di esposizione. Ma se quest'ultimo è identico per i due secchi, possiamo dire che il secchio di destra raccoglie 2,56 volte la quantità di acqua del secchio di sinistra. Infatti, l'area del secchio di sinistra è L^2, quella del secchio di destra $(1.6\ L)^2 = 2.56\ L^2$.

A parità di tutte le altre condizioni, il sensore più grande raccoglie più acqua (più segnale). Questa analogia non è però completa, in quanto le fotocamere hanno sempre un **obiettivo**, uno strumento atto a raccogliere la luce e a convogliarla verso il sensore. Nel nostro esempio l'obiettivo può essere rappresentato da **un imbuto** (Figura 64).

La presenza dell'imbuto (obiettivo) cambia tutto, perché mediante di esso **la dimensione del secchiello (pixel) diventa irrilevante ai fini della raccolta dell'acqua; ciò che conta è solo il diametro D dell'imbuto.** L'altezza del liquido all'interno del secchiello (pixel) più piccolo è maggiore di quella del più grande, ma in questo esempio specifico la quantità d'acqua raccolta in un dato lasso di tempo è identica.

Sotto questo punto di vista, possiamo concludere che, scegliendo un'ottica opportuna, possiamo ottenere prestazioni identiche, dal punto di vista dello shot noise, da un sensore con pixel più piccoli (es. APS-C) e da un sensore con pixel più grandi (es. Full Frame).

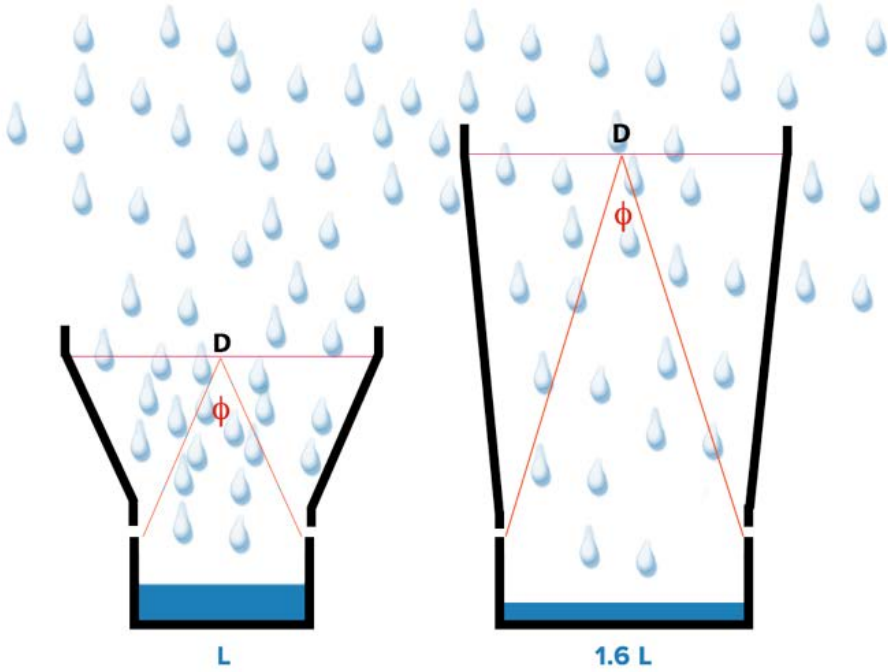


Figura 68 - Un imbuto rappresenta l'obiettivo

Dobbiamo però tenere presente due aspetti molto importanti:

- La capacità del secchiello più piccolo è inferiore.
- Il rapporto tra diametro e altezza dell'imbuto è diverso, pur essendo l'angolo φ stesso.

Relativamente al primo punto, per analogia i pixel più piccoli possono immagazzinare un numero minore di elettroni, essendo il limite costituito da circa 2000 elettroni per micron quadrato. Così come l'acqua tracimerebbe dal secchiello più piccolo, nel caso dei pixel di un sensore CCD/CMOS oltre la soglia di 2000 pixel per micron quadrato (circa, in funzione del livello tecnologico adottato), si verifica una dispersione degli elettroni, che finiscono per "tracimare" nei pixel vicini generando falsi segnali. Il fenomeno è detto **blooming**. Naturalmente questo non è l'unico problema: raggiungere la Full Well Capacity significa saturare il pixel e quindi perdere informazioni.

Un pixel di dimensioni inferiori può dunque raccogliere un quantitativo inferiore di elettroni e pertanto, per quanto abbiamo visto in precedenza, avrà un rapporto segnale/rumore SNR (limitatamente al rumore intrinseco) inferiore a quello di un pixel più grande, essendo il SNR proporzionale alla radice quadrata del segnale (e quindi del numero di elettroni immagazzinati). Ovviamente **questo è vero solo quando la luce è abbondante**: in condizioni di luce scarsa, quando non è possibile "riempire" completamente il sensore grande (raggiungere la FWC), questo vantaggio scompare.

Il secondo punto dipende ovviamente dall'obiettivo e, nella fattispecie, dal suo rapporto focale f/. Nell'immagine riportata in precedenza, l'angolo ϕ è lo stesso e rappresenta la dimensione angolare del pixel vista dall'ingresso dell'obiettivo (la "pupilla d'entrata"). Questa configurazione implica che:

- L'immagine prodotta dai due sensori presenta la stessa dimensione del soggetto in pixel; se il soggetto è alto 1000 pixel nell'immagine del sensore di sinistra, avrà una dimensione di 1000 pixel anche nel sensore di destra.
- La distanza della pupilla dal sensore deve essere ovviamente diversa, essendo il diametro dell'obiettivo identico così come l'angolo (mentre varia la "base" del pixel).

Quello che cambia è dunque il rapporto focale. Dette infatti l1 la lunghezza dell'obiettivo di sinistra e l2 la lunghezza dell'obiettivo di destra, abbiamo:

Eq. 185 $$\frac{L}{l_1} = \frac{1.6\,L}{l_2} \quad \rightarrow \quad l_2 = 1.6\,l_1$$

e poiché il rapporto focale f/ è dato dal rapporto tra lunghezza focale e il diametro, i numeri f/ nei due casi sono:

Eq. 186 $$f_1 = \frac{l_1}{D}; \quad f_2 = \frac{l_2}{D}; \quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{l_1}{D}}{\frac{l_2}{D}} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{l_1}{1.6\,l_1} = \frac{1}{1.6}$$

Il numero f/ per il sensore con pixel più piccolo deve quindi essere, in questo esempio, circa 1 stop più aperto di quello relativo al sensore con pixel più grande. Se per esempio il sensore di sinistra è quello di una Canon EOS 7D (APS-C, 18 megapixel) e quello di destra è quello di una Canon EOS 1Dx (Full Frame, 18 megapixel), il rapporto tra le dimensioni del pixel è quello indicato (circa 1.6). Ne consegue che un pixel della 7D raccoglie la stessa quantità di luce del

pixel di una 1Dx se l'obiettivo della 7D ha un'apertura maggiore di circa 1 stop rispetto a quello montato sulla 1Dx (es. f/2.8 su 7D e f/4 su 1Dx).

In estrema sintesi, possiamo dire che la dimensione del pixel non è in sé sufficiente a caratterizzare la qualità dell'immagine prodotta da un sensore, con particolare riferimento al rumore.

È piuttosto il sistema complessivo, costituito da obiettivo (telescopio) più sensore, a determinare il livello di shot noise per una determinata scena.

CAPITOLO 25

DIMENSIONE DEL PIXEL E DEL SENSORE

Nel CAPITOLO 4 ho mostrato come il segnale raccolto da un pixel dipende dalla sua superficie, ovvero dal quadrato del suo lato:

Eq. 187 $S_e = Q_e \, \Phi \, L^2 \, t$

Siccome il rapporto segnale/rumore, in presenza del solo shot noise, è dato dalla radice quadrata del segnale, possiamo scrivere:

Eq. 188 $SNR = \sqrt{S_e} = \sqrt{Q_e \Phi L^2 t} \propto L$

Ovvero, fissati il tempo di esposizione, l'efficienza quantistica e il flusso di fotoni in ingresso, il rapporto segnale/rumore è direttamente proporzionale al lato del pixel. Questo è il motivo principale per cui fotografi e astrofotografi prediligono sensori con pixel relativamente grandi.

Lato del pixel

È del tutto ovvio che la dimensione del pixel non può essere modificata a piacimento, essendo intimamente legata al modo in cui il sensore è progettato e costruito. È altresì ovvio che la dimensione del sensore e quella del pixel sono intimamente connesse dalle relazioni:

Eq. 189 $W = n_w\, L\,; \quad H = n_h\, L$

In cui W e H sono la larghezza e l'altezza del sensore, n_w e n_h sono rispettivamente il numero di pixel in orizzontale e in verticale. A parità di dimensioni del sensore, un lato più ampio comporta un minor numero di pixel. A parità di numero di pixel, un lato più ampio comporta una maggiore dimensione del sensore.

In prima battuta, si può ipotizzare che il costo di fabbricazione di un sensore sia direttamente proporzionale alla sua superficie. Ci troviamo quindi di fronte ad una scelta di compromesso: la dimensione del pixel viene determinata in modo da ottenere una risoluzione giudicata sufficiente, ad un prezzo accettabile per il mercato.

I sensori di piccole dimensioni (per esempio quelli integrati negli smartphone) sono perfettamente in grado di produrre immagini con decine di milioni di pixel, ma in questo caso il singolo pixel sarà così piccolo da raccogliere pochissimi fotoni anche in caso di forte illuminazione ambientale[19]. I sensori "full frame" o, meglio ancora, di medio formato sono in grado di produrre immagini eccellenti dal punto di vista del rapporto segnale/rumore, ma ad un prezzo molto elevato. Per le applicazioni astronomiche, in particolare nel caso della tecnologia CCD, esistono dei casi in cui sensori di medie dimensioni sono progettati con un numero relativamente basso di pixel: per esempio, il sensore KAI 4022 ha delle dimensioni relativamente contenute (15.2 x 15.2 mm), ma pixel relativamente grandi (7.4 micron di lato), per una risoluzione complessiva di 2056 x 2062 pixel, ovvero "solo" 4 megapixel. Ancora più estremo è il KAF-1001E, con una superficie di 24.6 x 24.6 mm e una risoluzione di un solo megapixel (1024 x 1024), per cui il lato del pixel è addirittura di 24 micron.

Quanti pixel servono

La risposta non è affatto semplice e dipende dall'utilizzo che si vuole fare di un'immagine. La maggior parte dei televisori e dei monitor per PC hanno una risoluzione Full HD, ovvero 1920 x 1080 pixel. Ne consegue che 2 megapixel sono sufficienti per visualizzare un'immagine a pieno

[19] *Le fotocamere da quaranta megapixel che equipaggiano certi smartphone, malgrado il battage pubblicitario, sono semplicemente "fuffa". Non perché lo dico io, ma perché lo dice la fisica!*

schermo. Sfruttare al massimo uno schermo 4K richiede invece un'immagine da 8 megapixel. Al contrario, un'immagine condivisa sui social non richiede più di mezzo megapixel.

Per quanto riguarda le stampe, contrariamente alle credenze popolari, una risoluzione di 100 dpi (punti per pollice), corrispondenti a 3.9 pixel per millimetro, è più che sufficiente per ottenere una stampa di buona qualità, soprattutto quando quest'ultima è realizzata con stampanti professionali e carta adeguata.

Nella Tabella 9 riporto la quantità di pixel indicativamente necessari per una stampa di qualità buona o eccellente per varie misure del foglio, anch'essa approssimata[20].

Dimensione foglio	Megapixel (buona qualità)	Megapixel (eccellente qualità)
10 x 15 cm	0.2	0.8
A4 – 20 x 30 cm	1	4
A3 – 30 x 45 cm	2	8
A2 - 40 x 60 cm	4	16
A1 – 60 x 90 cm	8	32
A0 – 90 x 120 cm	16	64

Tabella 9 - Megapixel necessari per una stampa di buona o eccellente qualità (indicativi)

Dimensione del pixel, del sensore e campo visivo

Oltre che alla visualizzazione su schermo o la stampa, la dimensione del pixel e del sensore è importante anche per determinare il campo visivo e quindi, con un'espressione impropria, l'"ingrandimento" dell'oggetto fotografato.

Una volta fissata la focale dell'obiettivo (o del telescopio) utilizzato, rimane definito anche l'angolo di campo associato al pixel o all'intero sensore, come ho già mostrato nel CAPITOLO 17 con le Eq. 132, Eq. 133, Eq. 134.

[20] *La dimensione esatta dei fogli A3, per esempio, è 420 mm x 297 mm, ma tra i servizi di stampa professionali sono più popolari le misure 30 x 45 cm (per il rapporto fotografico 3:2) o 30 x 40 cm (per il rapporto fotografico 4:3).*

Mentre nella fotografia tradizionale utilizzare obiettivi zoom oppure spostarsi relativamente al soggetto è una pratica comune, nel mondo dell'astrofotografia questa flessibilità non esiste. Il soggetto è sempre all'infinito e la focale di un telescopio può essere modificata solo mediante accessori ottici (per esempio una lente di Barlow o un riduttore di focale).

Ne consegue che la dimensione del sensore deve essere selezionata tenendo conto anche del tipo di oggetto che si vuole fotografare. Per esempio, le nebulose più note hanno una dimensione angolare di alcuni gradi, mentre le galassie raggiungono al massimo la dimensione di una ventina di minuti d'arco (con la notevole eccezione della grande Galassia di Andromeda). Ammassi globulari e nebulose planetarie sono solitamente ancora più piccoli e i pianeti hanno dimensioni che si misurano in secondi d'arco.

Chi predilige grandi campi sarà quindi maggiormente orientato verso sensori di grandi dimensioni, mentre chi pratica l'alta risoluzione planetaria sarà verosimilmente più propenso ad adottare un sensore relativamente piccolo, privilegiando piuttosto un elevato valore di frame rate.

Costo della fotocamera (e dell'ottica)

Ad inizio capitolo ho anticipato che il costo di un sensore può essere considerato proporzionale alla sua superficie. In realtà, il costo di una fotocamera tende a crescere in modo più che proporzionale rispetto alla superficie del sensore, in quanto sensori di elevata qualità (e dimensione) sono quasi sempre accoppiati ad un'elettronica di gestione e ad un sistema di climatizzazione altrettanto sofisticati.

Un altro aspetto da tenere bene presente è che un sensore di grandi dimensioni richiede un'ottica corretta su un raggio più ampio. La gran parte delle ottiche (obiettivi fotografici o telescopi) sono in grado di fornire prestazioni anche eccellenti in asse, ma appena ci si allontana dall'asse le aberrazioni (come, astigmatismo, ecc.) diventano sempre più pronunciate.

In buona sostanza, la maggior parte delle ottiche fornisce risultati almeno decenti su un sensore da 6 x 4 mm, ma per ottenere un'immagine perfettamente corretta su un sensore da 36 x 24 mm (full frame) occorre spendere diverse migliaia di euro.

Campionamento

La dimensione del pixel ha ovviamente effetto anche sul campionamento. Sulla falsariga della Eq. 134, detta F la focale e l la dimensione del pixel, il campo visivo di un singolo pixel risulta essere:

Eq. 190 $$FOV = 2\,atan\left(\frac{l}{2F}\right) \cong \frac{l}{F}$$

Il teorema di Nyquist-Shannon stabilisce che, per campionare correttamente un segnale, la frequenza (in questo caso spaziale, non temporale) con cui effettuare il campionamento deve essere almeno doppia rispetto alla più alta frequenza presente nel segnale. Se l'ottica usata ha diametro D, il suo potere risolutivo è dato da:

Eq. 191 $$\theta = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

Il requisito del teorema di Nyquist-Shannon si esprime dunque in questo modo:

Eq. 192 $$FOV \leq \frac{\theta}{2}$$

E sostituendo le espressioni trovate in precedenza:

Eq. 193 $$\frac{l}{F} \leq \frac{1}{2}1.22\frac{\lambda}{D}$$

Ovvero:

Eq. 194 $$l \leq 0.61\,\lambda\frac{F}{D}$$

Se consideriamo l'estremo inferiore della radiazione visibile (il blu, con una lunghezza d'onda indicativa di 390 nm), con un telescopio di 25 cm di diametro otteniamo un potere risolutivo teorico di:

Eq. 195 $\theta = 1.22 * 390 * \frac{10^{-9}}{0.25} = 1.9 * 10^{-6}\, deg = 0.39\, arcsec$

Se la focale è di un metro, la dimensione massima del pixel (per un campionamento corretto) è data da:

Eq. 196 $l = 0.66 * 390 * 10^{-9} * \frac{1}{0.25} = 0.95\, \mu$

Per sfruttare appieno la risoluzione di questo specifico strumento serve quindi un sensore con pixel aventi lato minore o uguale ad un micron. D'altra parte, spesso gli strumenti non sono perfetti ed inoltre la turbolenza atmosferica determina quasi sempre un limite importante al potere risolutivo di uno strumento.

CAPITOLO 26

RISOLUZIONE VS SNR: IL BINNING

La saggezza popolare ha le idee molto chiare: un sensore grande è meglio di un sensore piccolo. Purtroppo, la saggezza popolare poggia più spesso sul marketing dei produttori che su solide fondamenta scientifiche. In realtà, questa conclusione è mal posta, in quanto la sua validità dipende da altre condizioni al contorno.

Cominciamo da un'ipotesi di partenza che ci permetta di confrontare mele con mele: supponiamo di utilizzare lo stesso procedimento tecnologico per fabbricare, per esempio, un sensore Full Frame e un sensore APC, di dotarli della stessa elettronica di controllo in modo da avere lo stesso rumore di lettura. Supponiamo inoltre di utilizzare lo stesso rapporto focale (per esempio f/4). Infine, supponiamo che i due sensori abbiano esattamente lo stesso numero di pixel.

Da queste ipotesi si ricava che il pixel del sensore Full Frame ha una superficie attiva 2.56 volte maggiore di quella del pixel del sensore APS-C (essendo i lati di un sensore full frame 1.6 volte più lunghi dei corrispondenti lati di un sensore APS-C). A parità di tecnologia, la densità massima di elettroni liberi è identica, quindi la Full Well Capacity del sensore Full Frame è a sua volta 2.56 volte quella del sensore APS-C. In definitiva anche il segnale è 2.56 volte maggiore nel sensore full frame. Aumentando il segnale aumenta anche lo shot noise, ma in misura pari alla radice quadrata dell'incremento del segnale: l'aumento è quindi di 1.6 volte, lo stesso fattore di cui aumenta il rapporto segnale/rumore. Se il rumore di lettura rimane costante, il range dinamico aumenterà anch'esso di 2.56 volte, ovvero di 1+1/3 stop.

Il binning

Supponiamo ora di cambiare leggermente le condizioni al contorno. Ipotizziamo che la dimensione del pixel sia la stessa nei due sensori: è esattamente quello che succede, per esempio, con le Canon EOS 7D Mark II (20 megapixel) e le EOS 5DS (51 megapixel). Poiché la FWC è legata all'area del pixel, **in questo caso il sensore Full Frame si comporta esattamente come il sensore APS-C**. Essendo identici la Full Well Capacity e il rumore di lettura, saranno pari anche il rapporto segnale/rumore e il range dinamico. **In questo caso aumentare la dimensione del sensore ci ha fatto guadagnare risoluzione, ma le prestazioni in termini di rumore, rapporto segnale/rumore e range dinamico sono rimaste identiche a quelle del sensore APS-C**.

Cambiamo di nuovo prospettiva, ritornando al primo caso. Questa volta ricorriamo ad un "trucco" in post-produzione sull'immagine del sensore APS-C: combiniamo i pixel in gruppi di 4 (2x2) e per ogni gruppo sommiamo il segnale. Per semplicità ignoriamo per un attimo il rumore di lettura e concentriamoci su quello intrinseco N = √S. Otteniamo:

Eq. 197 $$S_T = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 4\,S$$

Eq. 198 $$FWC_T = FWC_1 + FWC_2 + FWC_3 + FWC_4 = 4\,FWC$$

Eq. 199 $$N_T^2 = N_1^2 + N_2^2 + N_3^2 + N_4^2 = 4\,S^2 \quad \rightarrow \quad N_T = 2\,N$$

Eq. 200 $$SNR_T = \frac{S_T}{N_T} = \frac{4S}{2N} = 2\,\frac{S}{N} = 2\,SNR$$

Ovvero il rapporto segnale/rumore del cluster di 4 pixel è due volte superiore a quello del singolo pixel.

Questo semplice "trucco" è noto agli astrofotografi come "binning"[21] e permette al sensore APS-C di superare le prestazioni del sensore Full Frame. **Ovviamente c'è un prezzo da pagare**: la perdita di risoluzione (il numero dei pixel diminuisce in ragione del 75%).

Che ciò sia accettabile o meno dipende dalle condizioni operative e dall'utilizzo che si vuole fare della foto. Per esempio, la fotocamera che attualmente uso per l'astrofotografia ha una risoluzione di 4656 x 3522 pixel. Utilizzando un binning 2x2 si ottiene una risoluzione di 2328 x 1761 pixel, ancora ampiamente sufficiente per essere visualizzata su un comune monitor o televisore Full HD (la cui risoluzione è di 1920 x 1080 pixel). A livello di stampa, 2328 x 1761 sono sufficienti per una discreta stampa fino al formato A2.

La cosa interessante da notare, però, è che questo risultato è stato ottenuto senza modificare il sensore in nessun modo. **Non c'è nulla di intrinsecamente sbagliato nell'utilizzare un sensore piccolo con dei pixel piccoli**. **Un sensore Full Frame non è intrinsecamente superiore ad un sensore APS-C e questo esempio lo dimostra**.

Semmai, è doveroso tenere in considerazione **tutte** le condizioni al contorno, in primis la risoluzione **finale** desiderata e l'ottica utilizzata. Facendo arrivare la giusta quantità di luce sui pixel di un sensore APS-C (leggi: diaframmi molto aperti e/o tempi di esposizione idonei) si possono ottenere immagini di qualità assolutamente paragonabile, se non superiore, a quella di equivalenti sensori Full Frame.

Scegliere il sensore e la dimensione del pixel

La scelta della geometria ideale del sensore dipende quindi da un'ampia serie di fattori. A parità di ottica utilizzata, un sensore di dimensioni maggiori permette di riprendere una zona di cielo più ampia, in quanto il suo campo visivo è dato da:

Eq. 201 $$FOV = 2\,atan\left(\frac{L}{2F}\right)$$

[21] Oltre al citato binning 2x2, si possono generalmente creare dei gruppi di ordine superiore come 3x3 o 4x4; in taluni casi i gruppi possono essere anche asimmetrici, per esempio 1x3 o 2x1.

Dove L è il lato del pixel e F la lunghezza focale (che per ipotesi abbiamo fissato). Stabilita la dimensione del sensore, il numero di pixel <n> determina la dimensione del pixel stesso <l> o viceversa:

Eq. 202 $L = n\,l$

Un maggior numero di pixel comporta una migliore risoluzione (quindi anche un campionamento più fitto) a spese del numero di fotoni raccolto dal singolo pixel, quindi del rapporto segnale/rumore del pixel stesso. Volendo ottenere un maggiore rapporto segnale rumore, si può selezionare un sensore con pixel più grandi, ottenendo però una minore risoluzione.

La scelta di un tipo di sensore dipende quindi dal compromesso tra rapporto segnale/rumore e risoluzione che si vuole ottenere.

Questa scelta va fatta tenendo conto dell'ottica utilizzata e delle condizioni atmosferiche tipiche. Per esempio, puntare su una risoluzione elevata quanto il seeing tipico in cui si opera non è buono, oppure quando la propria ottica non è in grado di risolvere dettagli molto minuti, può non essere una buona idea.

Un sensore non può essere modificato ovviamente. Ma il binning permette di "trasformare" un sensore con elevata risoluzione (e SNR relativamente basso) in un sensore con minore risoluzione, ma SNR più elevato. Per certi versi, dunque, può essere più opportuno acquistare una fotocamera con pixel più piccoli, salvo poi ricorrere al binning in caso di necessità (il contrario non è ovviamente possibile.

Binning con fotocamere CMOS e CCD

Come nota di chiusura del capitolo, ho il dovere di sottolineare il fatto che, nella maggior parte dei casi, **i sensori CCD implementano il binning in hardware**, mentre i sensori CMOS

generalmente richiedono che l'operazione sia effettuata via software (per esempio, a livello di driver del dispositivo).

Dal punto di vista del rapporto segnale/rumore in relazione alla risoluzione il ragionamento non cambia. Tuttavia, quando il binning è implementato via software è necessario leggere tutti i pixel individualmente, il che significa applicare n x n volte il rumore di lettura. Al contrario, quando il binning è applicato via hardware la lettura è singola per l'intero gruppo di n x n pixel e pertanto si ha un notevole vantaggio dal punto di vista del rumore di lettura.

Per completezza, va detto che i sensori CMOS hanno rumori di lettura tipicamente più bassi di quelli dei sensori CMOS (1-2 elettroni contro 8-10), per cui questo svantaggio è relativo. Di fatto, **con un sensore CMOS conviene sempre lavorare alla massima risoluzione ed eventualmente ridurla al 50% o al 25% solo come ultima fase dell'elaborazione.**

CAPITOLO 27

LA CALIBRAZIONE DELLE IMMAGINI

Con tutta probabilità, chiunque si sia mai occupato di fotografia astronomica ha perlomeno sentito parlare di calibrazione delle immagini e, nello stesso contesto, di light frame, dark frame, bias frame e flat frame.

Si tratta di un tema tutto sommato semplice, una volta che si sono compresi i concetti che ho esposto nella prima parte di questo libro. Eppure, è facile confondersi ed in questo la Rete non aiuta affatto. Il tema della calibrazione è uno di quelli associati ai tanti miti (più che altro, autentici strafalcioni) che caratterizzano il mondo della fotografia.

Mi sembra pertanto giusto aprire questo capitolo anticipando un concetto basilare:

La calibrazione delle immagini non riduce il rumore casuale ma, al contrario, ne provoca un aumento! Il suo unico scopo è quello di eliminare il segnale indesiderato ed il rumore di tipo correlato (FPN).

Cosa sono i Light Frame e la calibrazione

In condizioni ideali, le immagini acquisite dal sensore conterrebbero solamente informazioni relative all'oggetto fotografato. Per esempio, per un pixel che coincide con una stella, potremmo dire che il numero di ADU di quel pixel è una rappresentazione accurata del numero di fotoni provenienti da quella stella e incidenti su quel pixel. Ma non solo: dividendo per il guadagno del sensore e per l'efficienza quantistica, potremmo effettivamente contare il numero di fotoni raccolti dal sensore e provenienti da quella stella. In altre parole, la nostra immagine potrebbe essere utilizzata anche come misura del flusso luminoso, ovvero come uno strumento fotometrico.

Sfortunatamente, un sensore di immagine è uno strumento tutt'altro che ideale. La presenza dello shot noise e del rumore di lettura costituiscono un'incertezza nella misura, ma oltre a questo ci sono altri aspetti da tenere presenti:

- L'estinzione atmosferica;
- L'inquinamento luminoso;
- La presenza di un offset, o bias;
- La dark current;
- La disuniformità del sensore e dell'ottica.

La **calibrazione** è un processo che agisce sui **Light Frame**, ovvero su tutte le immagini che hanno come soggetto un corpo celeste, e il cui scopo è quello di porre (parziale) rimedio a queste cause di imprecisione nella misura. L'estinzione atmosferica ha importanza prevalente per la sola fotometria e pertanto, ai fini di questo libro, può essere ignorata. L'inquinamento luminoso ha un impatto considerevole sulla fotografia astronomica, ma la mitigazione dei suoi effetti è un argomento che riguarda più che altro l'elaborazione dell'immagine (eventualmente, anche l'uso di filtri ad hoc in fase di ripresa).

Nella rimanente parte di questo capitolo mi occuperò pertanto di bias, segnale termico e disuniformità.

Il bias, i Bias Frame e la calibrazione con Master Bias

Abbiamo visto in precedenza che è utile sommare al segnale elettrico prodotto dal sensore una piccola tensione costante, che consente di inviare in input al convertitore analogico/digitale un segnale sicuramente positivo, evitando così il troncamento a zero. Questa differenza di potenziale è detta **offset**. In realtà, in funzione della specifica circuiteria utilizzata per realizzare il sensore e/o l'elettronica deputata alla sua lettura, potrebbero essere presenti ulteriori scostamenti rispetto allo zero elettrico.

In termini più generali, utilizzerò il termine **bias** per indicare la tensione erogata dal sensore in totale assenza di segnale. Se rappresentiamo graficamente la tensione in uscita da un pixel in funzione del numero di fotoni incidenti (Figura 65), il risultato sarà una retta[22], che però non parte dall'origine. L'intercetta con l'asse delle ordinate costituisce la misura del bias.

Se effettivamente il bias fosse una costante, la sua presenza sarebbe del tutto innocua. Anzi, dal punto di vista della fotografia astronomica si potrebbe tranquillamente ignorare l'esistenza del bias, in quanto il suo unico effetto sarebbe quello di rendere l'immagine un po' più luminosa[23].

Il vero problema legato al bias è costituito dal fatto che esso non è mai esattamente costante. In alcuni casi, soprattutto nei sensori CCD e CMOS di vecchia generazione, possono essere presenti disuniformità a livello di colonna, o più raramente di riga, che danno luogo al fenomeno del **banding**, di cui ho già discusso nel CAPITOLO 10. Naturalmente, in alcuni specifici sensori la disuniformità può assumere una fisionomia diversa da quella basata su righe e colonne, anche se quest'ultima rimane la più comune.

---

[22] Nel CAPITOLO 1 ho sottolineato la linearità dei sensori di immagine. Eventuali deviazioni sono causate da difetti di fabbricazione o progettazione.
[23] Chi si occupa di fotometria deve in ogni caso tenere conto del bias, altrimenti otterrebbe una sopravvalutazione della luminosità degli oggetti misurati.

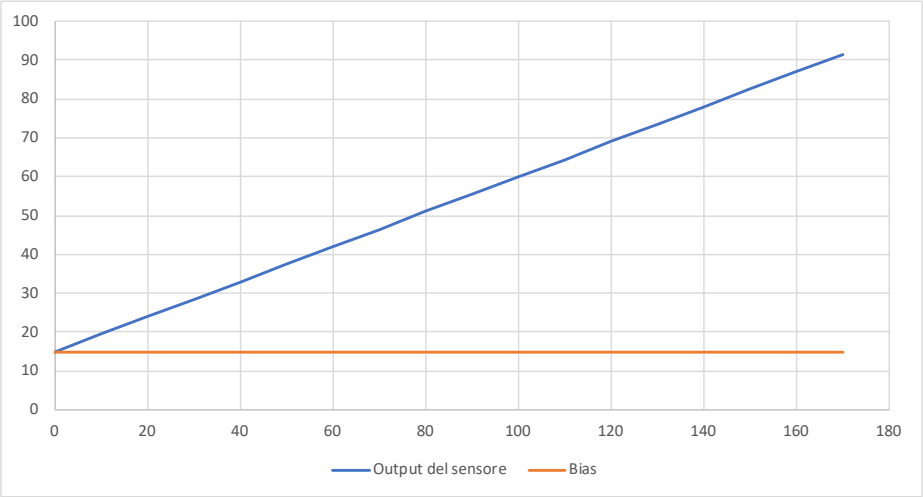


Figura 69 - Tensione in uscita da un pixel in funzione del numero di fotoni incidenti

Da un punto di vista pratico, questa disuniformità costituisce un **rumore di tipo correlato**, che non solo è più visibile del rumore casuale (vista la capacità del cervello umano di riconoscere schemi in mezzo ad un caos apparente), ma è anche impossibile da eliminare effettuando la media di molteplici immagini.

Al contrario, quest'ultima operazione renderebbe ancora più evidente il pattern, in quanto la parte casuale verrebbe via via eliminata, lasciando inalterata la parte fissa (la media di una costante è per definizione la costante stessa).

Il metodo per eliminare il rumore correlato da un light frame si compone logicamente di due passi:

1. Si **misura** l'entità del rumore correlato, pixel per pixel;
2. Si **sottrae** a ciascun light frame il rumore correlato trovato al punto 1, pixel per pixel.

Se il passo 2 è piuttosto intuitivo, ci si può chiedere come si può fare a misurare il rumore correlato. La risposta è molto semplice: si copre il sensore e si realizza un'esposizione di durata zero (o comunque, della minor durata possibile). Un'esposizione siffatta è detta **Bias Frame**.

Va da se che il contenuto di un Bias Frame dipende dalle regolazioni di Gain e Offset della fotocamera (nel caso in cui siano impostabili dall'utente). Pertanto, **i Bias Frame vanno realizzati con lo stesso Gain/Offset con cui sono stati realizzati i Light Frame che si vogliono calibrare.**

Poiché un Bias Frame è realizzato a sensore coperto, non ci sono fotoni incidenti e quindi nemmeno shot noise. Per lo stesso motivo non può esserci nemmeno alcuna influenza dovuta all'inquinamento luminoso. Infine, poiché la dark current è proporzionale al tempo di esposizione, ma quest'ultimo è zero per un Bias Frame, anche il rumore termico è assente. Ciò che rimane in un Bias Frame è il solo rumore di lettura (casuale) e il rumore correlato (non casuale), entrambi sommati alla costante corrispondente alla tensione di bias.

Possiamo quindi eliminare il bias e il rumore correlato semplicemente sottraendo dai Light Frame un Bias Frame:

Eq. 203 $$CF = Light - Bias$$

Con l'acronimo CF indicherò un **Calibrated Frame**, ovvero un'immagine ottenuta in seguito ad una o più procedura di calibrazione.

Questa procedura è molto semplice, ma nasconde un'insidia. Se è vero che la costante di bias e il rumore correlato vengono efficacemente eliminati dai Light Frame, poiché il Bias Frame è affetto da rumore di lettura quest'ultimo andrà a **sommarsi** a quello già presente nel Light Frame.

Senza che il ragionamento perda generalità, ipotizziamo per semplicità che il Light Frame non contenga rumore termico né rumore dovuto all'inquinamento luminoso. Il rumore del Light Frame è quindi dato dal solo shot noise e dal rumore di lettura, che come di consueto si sommano quadraticamente:

Eq. 204 $$\sigma(Light) = \sqrt{S + RON^2}$$

In cui S e RON rappresentano il segnale e il rumore di lettura. In questa espressione non appaiono il bias e il rumore correlato in quanto li consideriamo costanti, pertanto la loro deviazione standard è nulla.

Allo stesso modo possiamo calcolare il rumore del Bias Frame, ricordando che per esso il segnale è nullo:

Eq. 205 $\sigma(Bias) = \sqrt{RON^2} = RON$

Ricordando che per due variabili casuali X e Y e due costanti a e b:

Eq. 206 $\sigma(aX + bY)^2 = a^2\sigma(X) + b^2\sigma(Y)$

Possiamo scrivere che:

Eq. 207 $\sigma(Light - Bias)^2 = \sigma(Light)^2 + \sigma(Bias)^2$

Questa è infatti della stessa forma della Eq. 172, ponendo a=1 e b=-1. Non importa quindi che l'operazione in esame sia una sottrazione, la deviazione standard sarà sempre additiva, ovvero il rumore casuale aumenta.

Sostituendo quanto appena trovato:

Eq. 208 $\sigma(CF) = \sigma(Light - Dark)^2 = S + RON^2 + RON^2 = S + 2RON^2$

E quindi:

Eq. 209 $\sigma(CF) = \sqrt{S + 2\,RON^2} > \sigma(Light)$

Di fatto, l'eliminazione di bias e rumore correlato ha avuto come effetto collaterale l'aumento del rumore casuale, per cui l'utilità di questa operazione è quantomeno discutibile.

Esiste però un modo di rendere la calibrazione molto più efficace e conveniente: si tratta di realizzare parecchi Bias Frame e di calcolarne la media[24], ottenendo un'immagine chiamata **Master Bias**. Per come l'ho definito, un Master Bias MB è dato da:

---

[24] *I software di elaborazione delle immagini astronomiche permettono di creare i Master con procedure più complesse di una semplice media. Per esempio, è comune la possibilità di scartare dalla media tutti quei pixel che, in un singolo Bias frame, assumono un valore nettamente diverso da quello presente negli altri Bias Frame. Questi pixel anomali sono detti* ***outliers****.*

Eq. 210 $MB = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} B_i$

In cui B_i indica un generico Bias Frame tra quelli utilizzati per calcolare il Master Bias. Se ora calcoliamo la deviazione standard di questa espressione otteniamo:

Eq. 211 $\sigma(MB)^2 = \sigma\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} B_i\right)^2 = \frac{1}{n^2}\sigma(\sum_{i=1}^{n} B_i)^2 = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sigma_i^2 = \frac{1}{n^2}\, n\, \sigma_i^2 = \frac{\sigma_i^2}{n}$

Ovvero:

Eq. 212 $\sigma(MB) = \frac{\sigma(B)}{\sqrt{n}}$

Combinando *n* Bias Frame otteniamo quindi un Master Bias in cui il rumore di lettura è stato ridotto di un fattore pari alla radice quadrata di *n*. Se poi consideriamo che realizzare alcune centinaia di bias frame richiede solo pochi minuti e che un Master Bias può essere utilizzato più e più volte (non serve rifarlo per ogni sessione astrofotografica), è chiaro che si avrà tutto l'interesse a realizzare il Master Bias con almeno 100-200 Bias Frame. In questo modo, anche per i sensori CCD (tipicamente caratterizzati da rumore di lettura ben più alto rispetto ai sensori CMOS) sarà relativamente semplice contenere l'effetto collaterale di una calibrazione con Master Bias caratterizzato da un rumore al di sotto di un elettrone.

In linea generale, la maggior parte dei sensori moderni non soffre di banding o simili problemi dovuti alla presenza di rumore correlato. Pertanto, la calibrazione con Bias Frame tende a diventare conveniente per i soli astrofotografi interessati alla fotometria, in quanto essa permette di eliminare esattamente il contributo del bias pixel per pixel.

La dark current, i Dark Frame e la calibrazione con Master Dark

La **dark current** è un altro fattore che produce un aumento della tensione in uscita da un pixel, esattamente come la tensione di bias. A differenza di quest'ultima, tuttavia, la dark current

produce un effetto che aumenta linearmente con il tempo[25]. Il segnale che si ottiene in uscita aumenta quindi più di quanto ci si aspetterebbe, all'aumentare del tempo di esposizione (Figura 66).

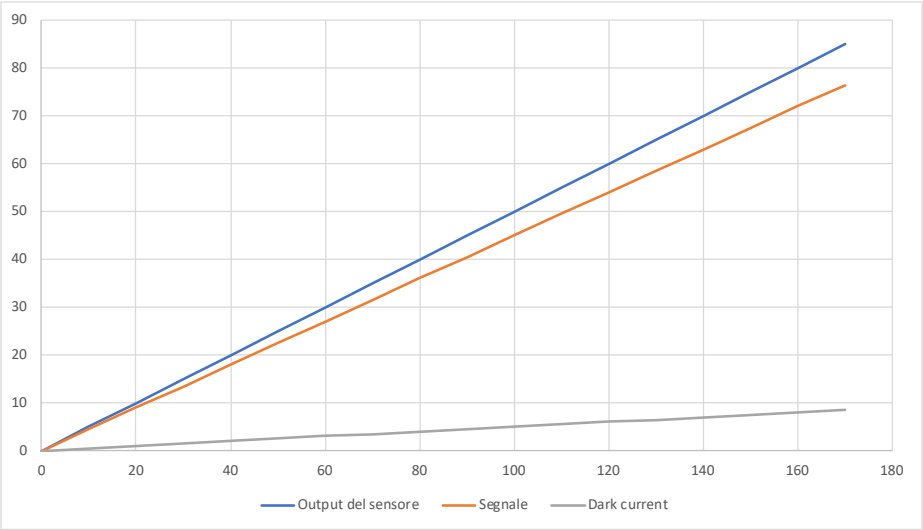


Figura 70 - La dark current si somma al segnale e quest'ultimo diverge sempre di più dall'output del sensore

L'effetto sull'immagine finale è costituito da un aumento della luminosità, tanto più consistente quanto maggiore è il tempo di esposizione. Tuttavia, è presente anche un secondo effetto negativo: essendo la dark current a tutti gli effetti un **segnale**, anch'essa è caratterizzata da variazioni casuali che costituiscono di fatto un rumore casuale.

Ripercorrendo lo stesso ragionamento effettuato a proposito del bias, si tratta di eliminare la componente costante dovuta alla dark current e ciò può essere fatto misurandone il valore e sottraendolo ai Light Frame.

[25] *A temperatura costante, altrimenti si ha anche una dipendenza esponenziale dalla temperatura di lavoro del sensore*

Anche in questo caso la misurazione può essere eseguita con un'esposizione a sensore coperto, ma **temperatura e durata dell'esposizione devono essere esattamente uguali a quelle dei Light Frame**[26], ottenendo in questo modo un **Dark Frame**[27].

Otteniamo dunque:

Eq. 213 $$CF = Light - Dark$$

In cui l'acronimo CF indica ancora un **Calibrated Frame**, questa volta ottenuto sottraendo la dark current. Di nuovo, l'effetto è quello di eliminare il contributo fisso della dark current, ma non il rumore ad essa associato. Infatti, ignorando per semplicità l'inquinamento luminoso:

Eq. 214 $$S(Light) = S + I_{d0}\, t + Bias$$

Eq. 215 $$S(Dark) = I_{d0}\, t + Bias$$

Da cui:

Eq. 216 $$S(Light - Dark) = S + I_{d0}\, t + Bias - (I_{d0}\, t + Bias) = S$$

Le parti costanti si sono ovviamente annullate, me non la componente casuale (che, in quanto tale, è diversa per le due immagini e non può quindi elidersi). Se infatti calcoliamo la deviazione standard, otteniamo:

Eq. 217 $$\sigma(Light) = \sqrt{S + I_d\, t + RON^2}$$

Mentre per un Dark Frame:

Eq. 218 $$\sigma(Dark) = \sqrt{I_d t + RON^2}$$

Combinando le due immagini otteniamo:

---

[26] Come nel caso dei Bias Frame, anche Gain e Offset, se modificabili dall'utente, devono essere identici

[27] Discuterò più avanti della possibilità di "scalare" la durata dell'esposizione dei Dark Frame.

Eq. 219 $\sigma(Light - Dark)^2 = \sigma(Light)^2 + \sigma(Dark)^2$

E sostituendo quanto appena trovato:

Eq. 220 $\sigma(CF) = \sigma(Light - Dark)^2 = S + 2\, I_d\, t\, + RON^2$

E quindi:

Eq. 221 $\sigma(CF) = \sqrt{S + 2\, I_d\, t + 2\, RON^2} > \sigma(Light)$

Anche in questo caso, sottraendo un singolo Dark Frame eliminiamo la componente costante della dark current (e del bias), ma **al contempo incrementiamo il rumore casuale** (sia quello di lettura che quello termico). Il metodo per rendere più efficiente la calibrazione rimane il medesimo: realizzare parecchi Dark Frame e calcolarne la media, ottenendo un'immagine chiamata **Master Dark**. Per definizione, un Master Dark MD è dato da:

Eq. 222 $MD = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} D_i$

In cui D_i indica un generico Dark Frame tra quelli utilizzati per calcolare il Master Dark. Se ora calcoliamo la deviazione standard di questa espressione otteniamo:

Eq. 223 $\sigma(MD)^2 = \sigma\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} D_i\right)^2 = \frac{1}{n^2}\sigma(\sum_{i=1}^{n} D_i)^2 = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sigma(D_i)^2 = \frac{1}{n^2}\, n\, \sigma_i^2 = \frac{\sigma_i^2}{n}$

In cui ho ragionevolmente ipotizzato che la deviazione standard sia la stessa in tutti i dark frame. Estraendo la radice quadrata dei termini agli estremi si ottiene:

Eq. 224 $\sigma(MD) = \frac{\sigma(D)}{\sqrt{n}}$

Esattamente come per i Bias Frame, utilizzare un Master Dark consente di ridurre il rumore casuale introdotto dalla calibrazione in misura pari alla radice quadrata del numero dei Master Dark.

Tuttavia, se realizzare qualche centinaio di Bias Frame è un'operazione di poco conto (in termini di tempo impiegato), realizzare un Dark Frame richiede esattamente lo stesso tempo impiegato a realizzare un Light Frame. Di conseguenza, è generalmente impensabile ragionare in termini di centinaia di Dark Frame, soprattutto per chi utilizza sensori CCD e/o filtri in banda stretta (in entrambi i casi, la durata dell'esposizione parte da una decina di minuti e può spingersi anche ad un'ora o più). Ecco quindi che un Master Dark viene realizzata solitamente con 10 ÷ 30 Dark Frame e di conseguenza il fattore di riduzione del rumore casuale, rispetto ad un singolo Dark Frame, si aggira tra 3 e 5. Si tratta comunque di un dato più che rispettabile e sicuramente la convenienza nell'utilizzare un Master Dark è fuori questione.

Resta tuttavia la restrizione sulla temperatura del sensore, che deve essere identica per i Light Frame ed i Dark Frame, così come la durata dell'esposizione. Più avanti, in questo stesso capitolo, analizzerò le conseguenze di una calibrazione con temperature ed esposizioni diverse da quelle utilizzare per i Light Frame.

I Flat Frame e la calibrazione con Master Flat

Ci sono perlomeno tre cause che possono portare ad una disomogeneità nell'output di un sensore:

1. La presenza di aree con diversa sensibilità sul sensore stesso, dovute a problemi di fabbricazione;
2. I difetti dell'ottica utilizzata; per esempio, la vignettatura ai bordi è un fenomeno decisamente frequente.
3. La presenza di polvere o altre impurità sull'ottica o sul sensore.

Per correggere queste deviazioni, dobbiamo per prima cosa misurarle. Il metodo più efficace per farlo è quello di fotografare una superficie uniforme, illuminata in modo altrettanto

uniforme. Un'immagine realizzata in questo modo si dice **Flat Frame**. In Figura 67 è presente un esempio di Flat Frame realizzato con un'ottica senza compromessi (Takahashi FSQ-85 EDX): la perdita di luminosità ai bordi è solo del 30% (in termini fotografici è 1/3 di stop) e pulita (non sono evidenti tracce di polvere o impronte su lenti, filtri e sensore).

Figura 71 - Esempio di flat frame

Per inciso, un flat frame realizzato in modo corretto dovrebbe apparire proprio in questo modo, ovvero come un'area di colore grigio medio. I risultati migliori si ottengono quando l'istogramma dell'immagine è grossomodo centrato. Infatti, poiché un Flat Frame è a tutti gli effetti una versione speciale di un Light Frame (nel senso che c'è acquisizione di segnale), è opportuno che il segnale raccolto sia forte a sufficienza da ottenere un ottimo rapporto segnale/rumore. Con un istogramma centrato, il rumore dominante sarà senz'altro lo shot noise e il rapporto segnale/rumore sarà molto prossimo al suo valore massimo teorico, pari alla radice quadrata del segnale.

Al contrario, con un istogramma troppo spostato a sinistra il rapporto segnale/rumore scenderà al di sotto del valore ideale, anche perché rumore di lettura potrebbe non essere più trascurabile. Con un istogramma troppo spostato a destra si corre il rischio di mandare in saturazione alcuni pixel.

In Figura 68 è riportato l'istogramma relativo al flat frame di Figura 67. Non è affatto importante che l'istogramma sia perfettamente centrato, è più che sufficiente che il suo picco sia compreso all'incirca tra ¼ e ½ rispetto al valore massimo.

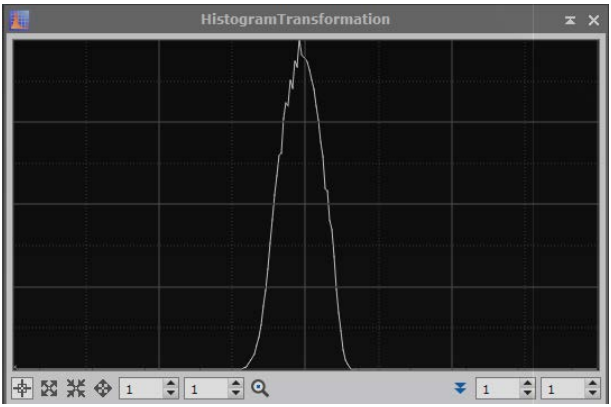


Figura 72 - Istogramma del flat frame della Figura 67

In Figura 69 ho riportato un altro esempio di Flat Frame, che ho parzialmente elaborato aumentandone il contrasto. In questo modo diventa visibile un'impronta sul sensore, che ho evidenziato con un'ellisse rossa. Si tratta di una differenza di luminosità minima rispetto all'area circostante, ma quando si processano immagini astronomiche l'aumento di contrasto (stretch) che si applica è così estremo che questa piccola differenza può trasformarsi in una macchia ben visibile.

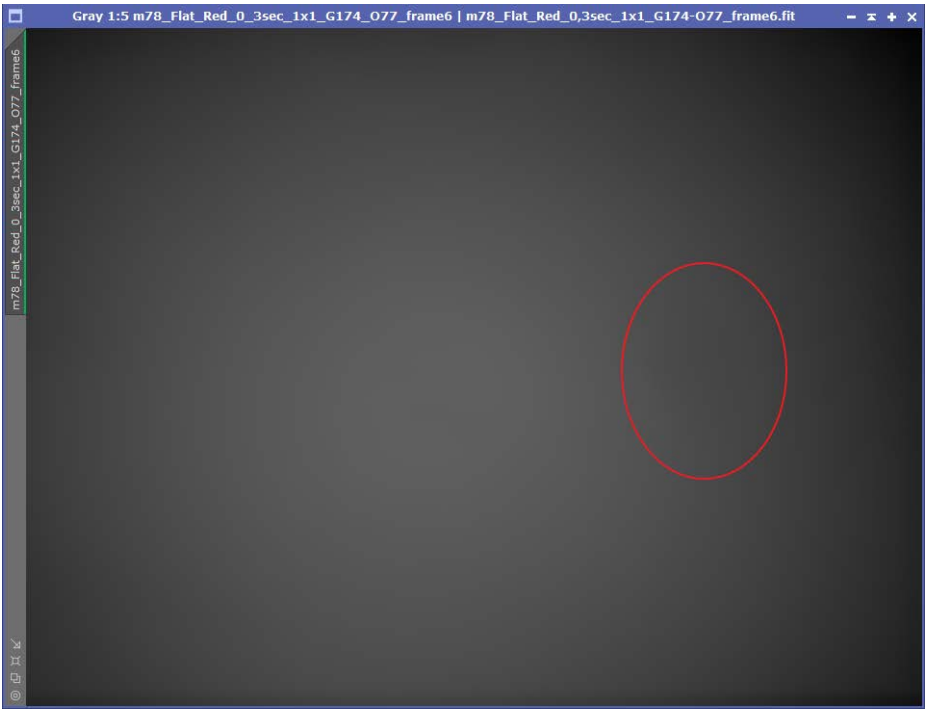


Figura 73 - Esempio di Flat Frame in cui si riconosce una macchia

Rispetto ai casi precedenti (bias e dark current), la correzione che si deve apportare è di segno opposto. In altre parole, in precedenza abbiamo cercato di sottrarre ai Light Frame degli effetti indesiderati che si sono sommati al segnale. In questo caso, vogliamo compensare un effetto che ha prodotto una perdita, o sottrazione, di segnale.

Il modo più semplice per farlo è quello di dividere i Light Frame per il Flat Frame. Supponiamo innanzitutto di effettuare un'operazione di scala sul Flat Frame, di modo che ciascun pixel sia rappresentato mediante un numero reale compreso tra 0 e 1, invece che da un numero intero compreso tra 0 e 2^n-1 (dove n è il numero di bit del sensore)[28].

[28] *Non dobbiamo fare altro che dividere il dato di ciascun pixel del flat frame per 2^n-1*

A questo punto, il light frame calibrato CF' si ottiene con:

Eq. 225 $$CF' = \frac{Light}{Flat}$$

Poiché il Flat Frame è stato scalato nel range [0, 1], questa operazione equivale di fatto ad un'amplificazione. La logica è semplice: minore è il valore di un pixel del Flat Frame, maggiore sarà l'amplificazione del corrispettivo pixel del Light Frame. Le zone ai bordi, soggette a vignettatura, sono più scure nel Flat Frame e pertanto vengono amplificate maggiormente rispetto alla zona centrale e ciò produce esattamente una compensazione della vignettatura. La stessa cosa succede con le macchie e con la polvere sul sensore.

Rimane solo una cosa da fare: riportare il Light Frame alla sua luminosità originale. Se ipotizziamo che il Flat Frame sia stato realizzato come da manuale, ovvero con istogramma centrato, la sua media sarà pari a 0.5 e quindi il Light Frame calibrato risulterà amplificato di due volte. Per riportare il Light Frame calibrato alla sua luminosità media precedente è sufficiente moltiplicare il risultato per la media del Flat Frame:

Eq. 226 $$CF = \frac{Light}{Flat} Media(Flat)$$

In questo momento sto dando per scontato che i Flat Frame non siano affetti da rumore di lettura e nemmeno da rumore termico. Nel seguito di questo capitolo descriverò come procedere quando queste due ipotesi non sono vere.

Infine, anche per i Flat Frame è opportuno realizzarne una certa quantità e calcolarne la media, in modo da migliorare ulteriormente il rapporto segnale/rumore. L'immagine così ottenuta si dice **Master Flat** (MF). Ripercorrendo i passaggi già visti per Master Bias e Master Dark è facile dimostrare che:

Eq. 227 $$\sigma(MF) = \frac{\sigma(F)}{\sqrt{n}}$$

Formula base della calibrazione

Nei precedenti paragrafi ho riportato le definizioni e le modalità operative per ottenere i Bias Frame, i Dark Frame e i Flat Frame, nonché per realizzare i rispettivi Master. Ho inoltre spiegato in che modo vengono calibrati i singoli Light Frame con ciascuno dei precedenti frame di calibrazione, presi individualmente.

In questo paragrafo presenterò invece la formula base di calibrazione completa, ovvero la formula che contempla tutti i tipi di frame visti finora in una singola operazione.

Per iniziare, abbiamo visto che Bias Frame e Dark Frame sono entrambi da sottrarre rispetto ai Light Frame. Qui però occorre fare attenzione: un Dark Frame contiene al suo interno anche il rumore di lettura e tutte le forme di rumore correlato. Pertanto, **sottrarre un Dark Frame ad un Light Frame comporta automaticamente anche la sottrazione di un Bias Frame**. Di conseguenza, questa formula è corretta:

Eq. 228 $CF = Light - Dark \quad OK!$

Ma questa è invece **sbagliata**:

Eq. 229 $CF = Light - Dark - Bias \quad KO!$

Dobbiamo poi dividere per il Flat Frame. A quest'ultimo è però corretto sottrarre un Bias Frame; in caso contrario, il rumore correlato che abbiamo fatto uscire dalla porta, in modo implicito, sottraendo il Dark Frame, rientrerebbe dalla finestra attraverso il Flat Frame. Ricordando inoltre che dobbiamo ristabilire la luminosità originale moltiplicando per la media del Flat frame, otteniamo:

Eq. 230 $CF = \frac{Light - Dark}{Flat - Bias} Media(Flat)$

E se al posto dei singoli frame utilizziamo i Master, otteniamo la **formula base della calibrazione**:

Eq. 231 $CF = \frac{Light - MasterDark}{MasterFlat - MasterBias} Media(MasterFlat)$

Calibrazione con Flat Dark frame

Nei paragrafi precedenti ho dato per scontato che i Flat Frame non siano affetti da rumore termico. Questa ipotesi è verosimile quando la realizzazione dei Flat Frame prevede l'uso di una sorgente relativamente luminosa (per esempio un flat box o una parete illuminata) e/o di filtri in banda larga. In questi casi l'esposizione tende ad essere molto breve (al più qualche secondo) e di conseguenza l'effetto del rumore termico può essere ignorato.

Alcuni astrofotografi realizzano i Flat Frame utilizzando il cielo come sorgente luminosa, anteponendo all'obiettivo un diffusore (spesso una semplice t-shirt bianca) per ottenere una maggiore uniformità della luce in ingresso. Ciò comporta tempi di esposizione molto più lunghi, soprattutto quando sono impiegati filtri a banda stretta. In questi casi, il rumore termico non è più trascurabile ed occorre ricorrere a dei Dark Frame.

Poiché la durata dei Dark Frame dovrebbe essere la stessa dei corrispondenti Light Frame, e poiché l'esposizione dei Flat Frame è generalmente molto più breve di quella dei Light Frame, la correzione dei Flat Frame richiede un set specifico di Dark Frame, che chiameremo **Flat Dark Frame**[29]. Per analogia con i casi precedenti, una sequenza di Flat Dark Frame mediati dà luogo ad un **Master Flat Dark**.

La formula di calibrazione aggiornata diventa pertanto:

Eq. 232 $$CF = \frac{Light - MasterDark}{MasterFlat - MasterFlatDark} Media(MasterFlat)$$

[29] *Deep Sky Stacker (DSS), un'applicazione gratuita per la calibrazione e l'integrazione di immagini astronomiche, utilizza impropriamente il termine Dark Flat in luogo di Flat Dark. In Inglese corrente, la seconda locuzione (Flat Dark = Dark per i Flat) è quella corretta, mentre la prima sarebbe traducibile con "flat frame scuro/poco luminoso" (la terza possibilità, un flat frame per i dark frame, è del tutto priva di senso).*

Scaling dei Dark Frame

Finora, discutendo di calibrazione con i Dark Frame, ho individuato tre requisiti tassativi: i Dark Frame devono essere realizzati alla stessa temperatura dei Light Frame, con lo stesso tempo di esposizione e con la stessa configurazione di Gain/Offset (se regolabili).

Il primo di questi requisiti non è un grosso problema per chi utilizza fotocamera con controllo della temperatura (la maggior parte di quelle dedicate ad uso astronomico lo sono), ma il secondo è una gran scocciatura. Infatti, esso obbliga a realizzare un Master Dark per ogni possibile durata di esposizione dei Light Frame e per ogni combinazione di Gain/Offset.

Pur concedendo il fatto che la maggior parte degli astrofotografi usa un numero limitato di tempi di esposizione (nel mio caso i due più usati sono 120 e 600 secondi rispettivamente per la banda larga e la banda stretta, più di rado 30 e 60 secondi per i casi di soggetti con ampio range dinamico o per catturare le sole stelle in RGB in abbinamento a immagini in sola banda stretta) e di combinazioni Gain/Offset (nel mio caso solo due), nella migliore delle ipotesi si rendono necessari una decina di Master Dark.

I software più avanzati cercano di venire incontro all'utente promettendo di poter utilizzare Master Dark con un'unica lunghezza di esposizione, modificandoli in base alla durata dell'esposizione dei Light Frame.

In questo paragrafo mi occuperò principalmente di PixInsight. Quest'ultimo assume che il contributo della Dark Current sia perfettamente lineare con il tempo di esposizione (in teoria è proprio così). Pertanto, se il Master Dark è stato realizzato con tempo di esposizione t_1 e i Light Frame sono stati realizzati con tempo di esposizione t_2, **il Master Dark originale viene scalato con un fattore k** pari a:

Eq. 233 $$K = \frac{t_2}{t_1} \quad \rightarrow \quad MD' = K\,MD = \frac{t_2}{t_1} MD$$

Riprendiamo ora la formula base della calibrazione:

Eq. 234 $$CF = \frac{Light - MasterDark}{MasterFlat - MasterBias} Media(MasterFlat)$$

Non possiamo pensare di sostituire semplicemente il Master Dark scalato MD' al Master Dark originale, per il semplice motivo che nella formula di cui sopra il Master Dark contribuisce anche ad eliminare il rumore correlato (quello contenuto nel Master Bias). Se non si prendono le necessarie contromisure, il rumore correlato verrà sottratto K volte invece di 1 volta, quindi ne rimarrà traccia.

Per prima cosa, cominciamo ad osservare che la Eq. 200 può essere riscritta in questo modo:

Eq. 235 $$CF = \frac{(Light - MasterBias) - (MasterDark - MasterBias)}{MasterFlat - MasterBias} Media(MasterFlat)$$

Al di là del semplice artificio matematico, questa formula comporta due nuove operazioni di calibrazione:

1. I Light Frame vengono calibrati con il MasterBias
2. Il MasterDark viene calibrato con il MasterBias

A questo punto, il risultato del punto 2 è già stato depurato del rumore correlato (mediante la sottrazione del Master Bias) e può quindi essere scalato senza problemi. D'altra parte, il rumore correlato è stato a sua volta sottratto dai Light Frame mediante la sottrazione del Master Bias.

L'equazione finale della calibrazione diventa pertanto:

Eq. 236 $$CF = \frac{(Light - MasterBias) - K(MasterDark - MasterBias)}{MasterFlat - MasterBias} Media(MasterFlat)$$

In cui K è il fattore di scala introdotto con la Eq. 199.

La (Eq. 201) rappresenta la procedura di calibrazione di default di PixInsight. Modificando le opportune opzioni, questo software permette comunque di utilizzare tutte le altre formule viste in questo capitolo.

Lo scaling dei Dark Frame può essere un problema

Sebbene molti astrofotografi siano perfettamente a loro agio con la formula di calibrazione definita nella Eq. 202, a mio parere essa nasconde due trappole che possono condurre a risultati tutt'altro che ottimali.

Il primo problema nasce dalla sua complessità: nei paragrafi precedenti ho dimostrato che qualsiasi singola operazione di calibrazione produce un miglioramento dal punto di vista del rumore correlato e l'eliminazione dei "segnali" indesiderati (bias e dark current in primis), ma tuttavia **aumenta il rumore casuale**.

Nel caso della Eq. 202 di operazioni del genere ce ne sono addirittura 3:

1. Light – MasterBias
2. MasterDark – MasterBias
3. MasterFlat - MasterBias

Ciascuna di esse aumenta il rumore casuale nell'immagine finale. Ad onor del vero, occorre anche dire che questo aumento dipende dal numero di frame che sono stati utilizzati per assemblare i Master. Pertanto, con Master di buona qualità, questo peggioramento sarà minimo e risulterà comunque conveniente effettuare una calibrazione così complessa.

Il problema principale è però legato alla linearità dei Dark Frame rispetto al tempo di esposizione. Si tratta di un assunto più che ragionevole per molti tipi di fotocamere, soprattutto per quelle CCD, ma in alcuni casi di dimostra clamorosamente falso.

Ci sono due principali cause di non linearità e spesso vanno di pari passo. Si tratta della Black Point Compensation e dell'Amp Glow. Prima di discutere il loro effetto devo però introdurre un altro paio di concetti.

Overscan Area e Optical Black Area

Un sensore di immagine, oltre all'area attiva costituita dalla matrice di pixel, può comprendere due aree con altrettante funzioni specifiche:

- La **Optical Black Area**;
- La **Overscan Area**.

La **Optical Black Area** è una zona speciale del sensore ed è composta da pixel perfettamente identici a quelli "normali" (quelli presenti nell'area attiva), ai quali viene però impedito di raccogliere luce mediante mascheratura. Quest'area può essere presente su uno o più lati dell'area attiva, oppure non essere affatto presente. Dal punto di vista pratico, **è come avere una zona del sensore dedicata ad eseguire un Dark Frame ogni volta che si esegue un'esposizione**.

La Overscan area è invece una zona fittizia, composta da pixel altrettanto fittizi. Da un punto di vista pratico, La Overscan Area è ottenuta forzando l'elettronica della fotocamera a leggere pixel con riga o colonna maggiori a quelle effettivamente disponibili. Il risultato che si ottiene è ovvio: non essendoci alcun tipo di segnale, **i pixel della Overscan area contengono il solo rumore di lettura**.

La Figura 70 propone una schematizzazione delle tre aree. Il manuale della fotocamera dovrebbe indicare posizione e dimensione di ciascuna delle aree, ma più spesso viene indicata solamente la dimensione dell'area attiva.

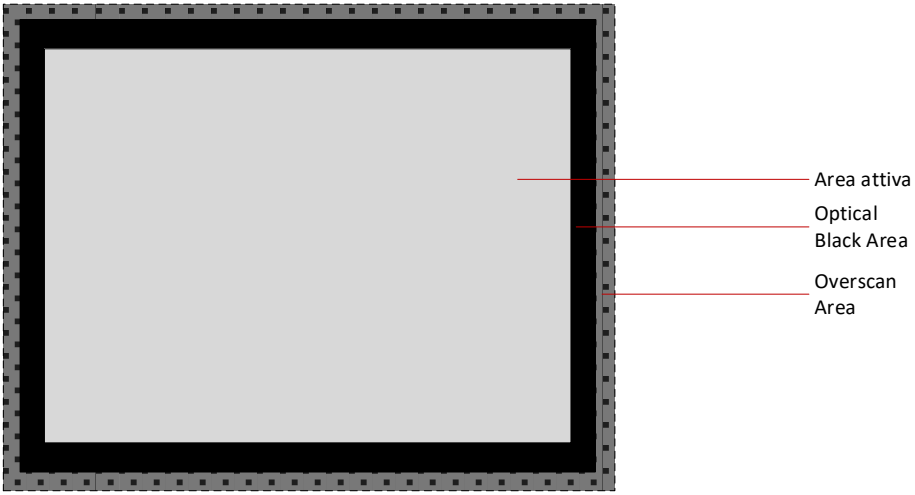


Figura 74 - Schematizzazione delle aree di un sensore di immagine

Dal punto di vista della calibrazione, la Overscan Area può essere utilizzata per sottrarre il valore del Bias. È sufficiente calcolare la media della Overscan Area e sottrarla pixel per pixel a ciascun Light Frame.

Va da se che questo metodo di calibrazione non elimina il rumore correlato, in quanto quest'ultimo può essere efficacemente cancellato solo sottraendo un vero Bias Frame pixel per pixel. Tuttavia, se non è presente un banding evidente, calibrare con la Overscan Area è più che sufficiente a stabilire il vero valore "zero" dell'immagine.

La Black Point Compensation

Quando si realizza un Dark Frame ci possiamo aspettare di ottenere un'immagine via via più "luminosa" all'aumentare del tempo di esposizione. D'altro canto, per un'esposizione di durata zero (un Bias Frame) ci aspettiamo di ottenere in uscita il solo rumore di lettura. Pertanto, se si plotta l'output di un pixel in funzione del tempo di esposizione di un Dark Frame, ci si aspetta di trovare l'andamento lineare medio[30] riportato in Figura 72.

In Figura 71 ho riportato una simulazione di come dovrebbe aumentare il valore medio di un'immagine, e con esso il rumore, all'aumentare del tempo di esposizione del Dark Frame.

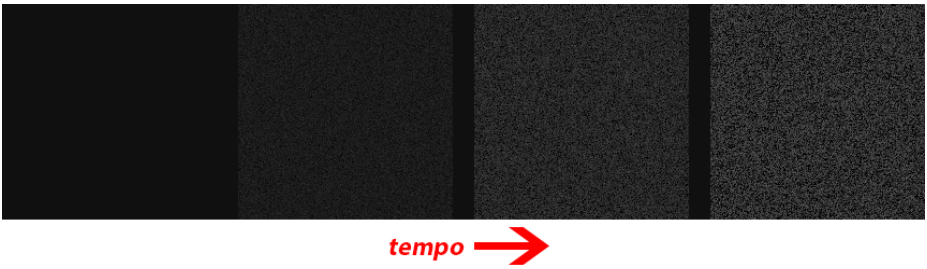


Figura 75 - Simulazione dell'aumento della media e del rumore in un dark frame all'aumentare del tempo di esposizione

[30] *Occorre infatti tenere presente il rumore associato alla dark current, pari alla sua radice quadrata. Un singolo pixel avrà pertanto una notevole varianza rispetto alla curva lineare plottata. Tuttavia, se si calcola la media di tutti i milioni di pixel che normalmente compongono l'immagine, il valore atteso è esattamente quello previsto dalla curva.*

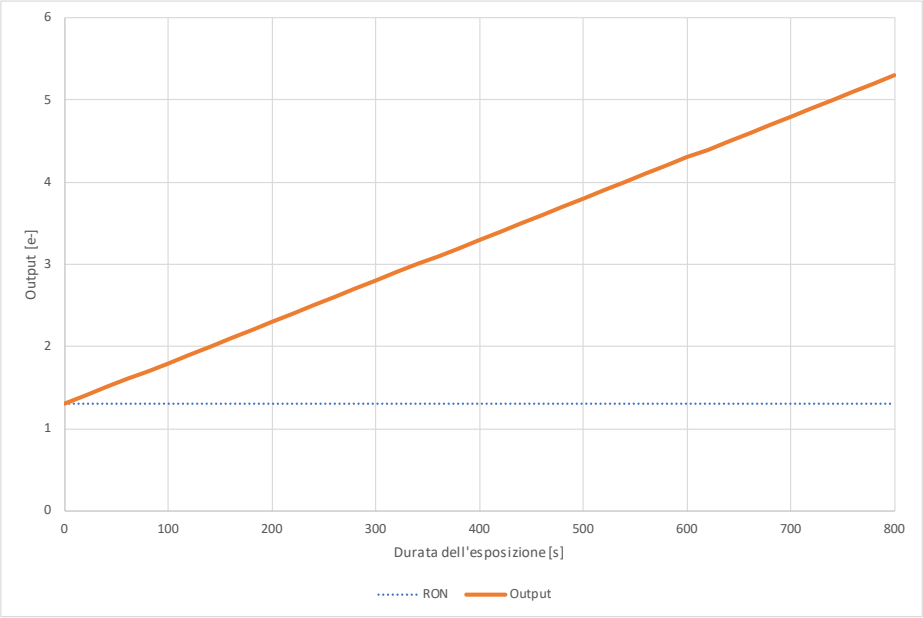


Figura 76 - Output in funzione del tempo per un dark frame (teorico)

Lo scopo della calibrazione con i Dark Frame, come abbiamo visto, è proprio quello di eliminare questo "segnale" extra, oltre a quello di correggere pixel caldi ed altre forme di rumore correlato legate alla temperatura.

Tuttavia, se il sensore dispone di una Optical Black Area, una sorta di calibrazione può essere eseguita in modo **automatico**, direttamente dalla fotocamera. In modo analogo alla calibrazione del bias mediante la Overscan Area, è sufficiente leggere i pixel della Optical Black Area, calcolarne la media e sottrarre questo valore pixel per pixel (prima di effettuarne il download su PC o su una scheda di memoria, nel caso delle reflex). Questa procedura è detta **Black Point Compensation**[31] ed è eseguita in modo trasparente per l'utente.

[31] *Il nome si riferisce al fatto che essa è equivalente a spostare il punto di nero nell'istogramma dell'immagine*

Poiché l'esposizione della Optical Black Area è esattamente la stessa dell'area attiva e i pixel sono costruiti esattamente allo stesso modo, il valore medio dei pixel della Optical Black Area è una corretta rappresentazione del segnale termico.

Pertanto, se in una fotocamera con Black Point Compensation realizziamo dei Dark Frame di diversa lunghezza di esposizione, otteniamo un valore medio di output pressoché costante. Naturalmente, la Black Point Compensation non elimina il **rumore associato** al segnale termico, abbassa semplicemente la media. Plottando media e deviazione standard in ADU dei Dark Frame al variare del tempo di esposizione otteniamo un grafico come quello di Figura 73.

Pertanto, in una fotocamera con Black Point Compensation i Dark Frame appaiono sempre "scuri" allo stesso modo, indipendentemente dalla durata dell'esposizione.

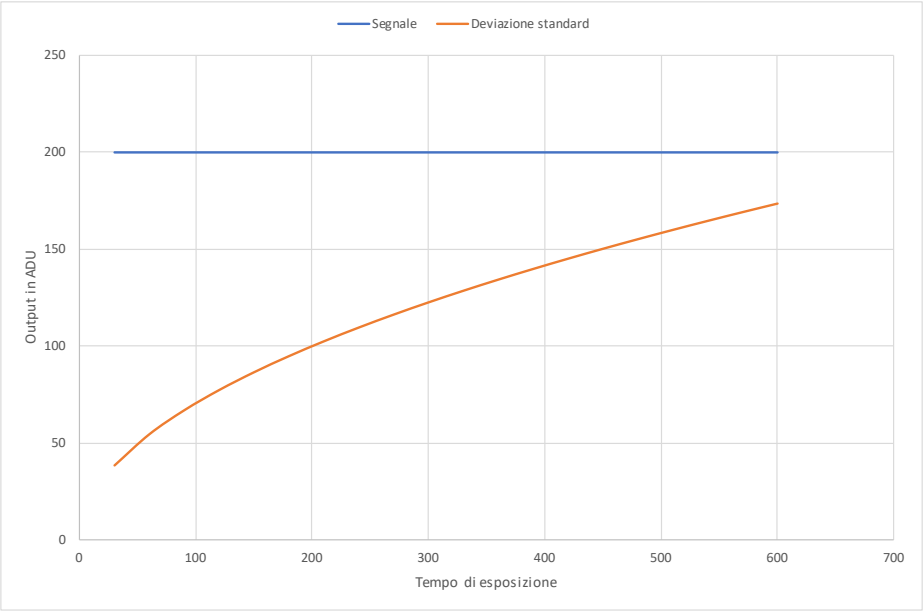


Figura 77 - Media teorica di un Dark Frame al variare dell'esposizione (con Black Point Compensation)

L'influenza dell'amp glow sulla Black Point Compensation

Se da un lato la Black Point Compensation può apparire comoda, dall'altro può essere fonte di non linearità, soprattutto quando il sensore è affetto da una quantità non irrilevante di amp glow.

Ricordo che quest'ultimo è un aumento localizzato della temperatura del sensore, dovuto al calore dissipato dalla circuiteria di amplificazione del segnale. Questo aumento di temperatura produce un più che proporzionale aumento della dark current, quindi un conseguente aumento del segnale termico. In ultima analisi, la zona interessata dall'amp glow appare più luminosa della rimanente area del sensore. Un esempio è riportato in Figura 74.

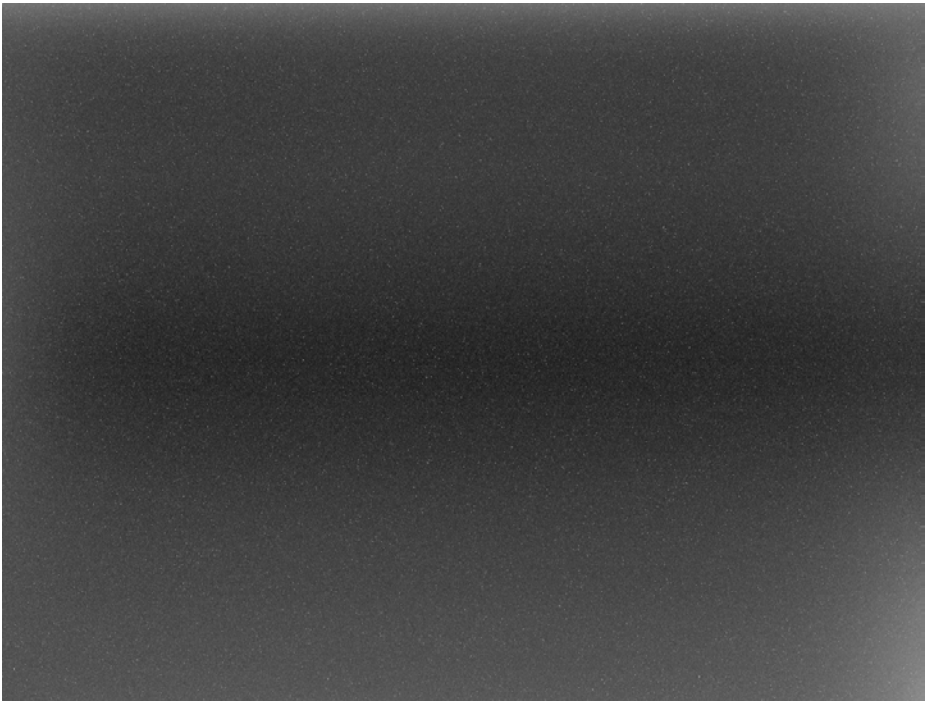


Figura 78 - Esempio di Dark Frame con amp glow

L'aumento di temperatura è generalmente localizzato in un angolo del sensore o, come nel caso della Figura 74, anche in prossimità dei bordi. Tipicamente, **queste sono le zone adiacenti alla Optical Black Area**.

Se la Optical Black Area subisce un aumento di temperatura superiore a quello medio del sensore (a causa dell'amp glow), la sua dark current sarà maggiore a quella che caratterizza il sensore. **Pertanto, la Black Point Compensation produrrà una sovra-compensazione**.

Se proviamo a plottare di nuovo il grafico di Figura 73, quello che osserviamo è quanto segue:

- Con tempi di esposizione molto brevi, l'influenza dell'amp glow è trascurabile; pertanto, il valore medio del Dark Frame rimane costante.
- Man mano che il tempo di esposizione aumenta, l'amp glow produce un riscaldamento della Optical Black Area, che a sua volta causa una sovra-correzione da parte della funzione di Black Point Compensation. La media del Dark Frame inizia a **scendere**, esattamente il contrario di quanto dovrebbe accadere se non ci fosse alcuna compensazione.
- Poiché la dark current aumenta esponenzialmente con la temperatura (CAPITOLO 9), all'aumentare del tempo di esposizione la sovra-compensazione peggiora e la diminuzione del valore medio è più che lineare.

In Figura 75 ho riportato un caso reale, quello della mia fotocamera QHYCCD QHY163M. I punti sono i dati effettivamente misurati, mentre le linee tratteggiate sono la migliore approssimazione polinomiale. Si può constatare agevolmente che, fino ad un minuto di esposizione, la media dei Dark Frame si mantiene pressoché costante, per poi iniziare a scendere sempre più velocemente, perdendo circa il 20% del suo valore attorno ai 15 minuti di esposizione.

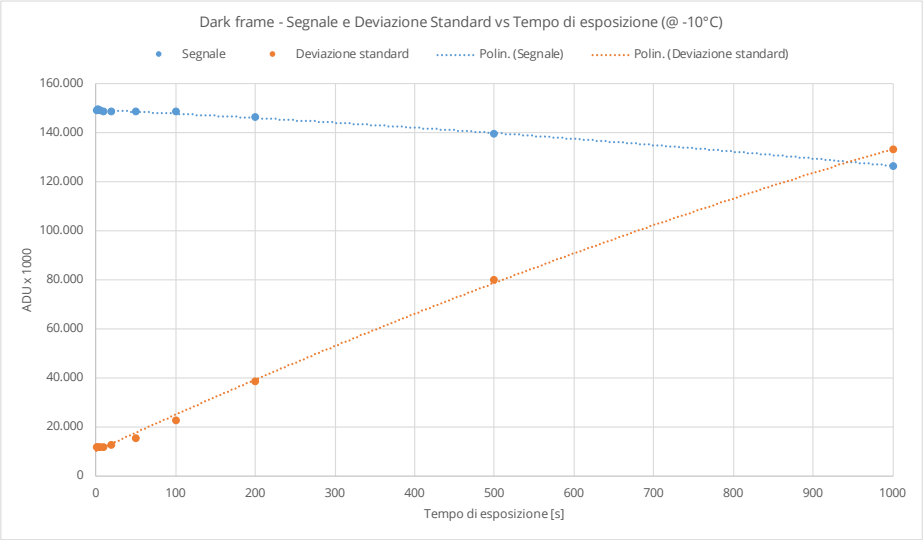


Figura 79 - Media dei Dark Frame e Deviazione standard al variare dell'esposizione

Questa sovra-correzione non comporta alcuno spiacevole effetto collaterale sulla qualità finale delle immagini elaborate, a patto che la calibrazione sia effettuata in modo corretto.

La Black Point Compensation impedisce lo scaling dei Dark Frame

In precedenza, ho mostrato che lo scaling dei Dark Frame (utilizzare Dark Frame e Light Frame con diversa esposizione) richiede come prerequisito tassativo la linearità dei Dark Frame rispetto al tempo di esposizione. **È del tutto ovvio che questo requisito non è verificato se è implementata la Black Point Compensation**.

Infatti, nella migliore delle ipotesi, la media dei Dark Frame rimane costante nel tempo, quindi è indipendente da esso. Nel peggiore dei casi, quando è presente amp glow, la media tende

addirittura ad essere in contro-tendenza rispetto a quello che dovrebbe essere il suo andamento ipotetico (aumentare proporzionalmente al tempo).

La Black Point Compensation non impedisce affatto di ottenere una calibrazione corretta delle immagini. Tuttavia, non è possibile scalare i Dark Frame, pertanto questi devono tassativamente essere realizzati con lo stesso tempo di esposizione dei Dark Frame.

In Figura 76 ho riportato un caso reale, relativo a due Light frame della nebulosa Velo (entrambi in banda stretta, uno in H-alfa e l'altro in O-III). Nella riga in basso sono riportati gli stessi frame calibrati: come si può vedere, l'amp glow è molto visibile nell'angolo in basso a sinistra dei due Light Frame, ma è totalmente scomparso nei due frame calibrati.

In buona sostanza, chi possiede una fotocamera che utilizza la Black Point Compensation deve fare molta attenzione in fase di calibrazione. Per esempio, PixInsight (considerato dalla buona parte degli astrofotografi il punto di riferimento nell'elaborazione delle immagini, soprattutto nella fase "lineare") scala i Dark Frame come impostazione di default. Pertanto, è buona norma disabilitare la relativa opzione prima di procedere. **Nell'Appendice 3 ho comunque incluso un tutorial su come procedere alla calibrazione con questo applicativo.**

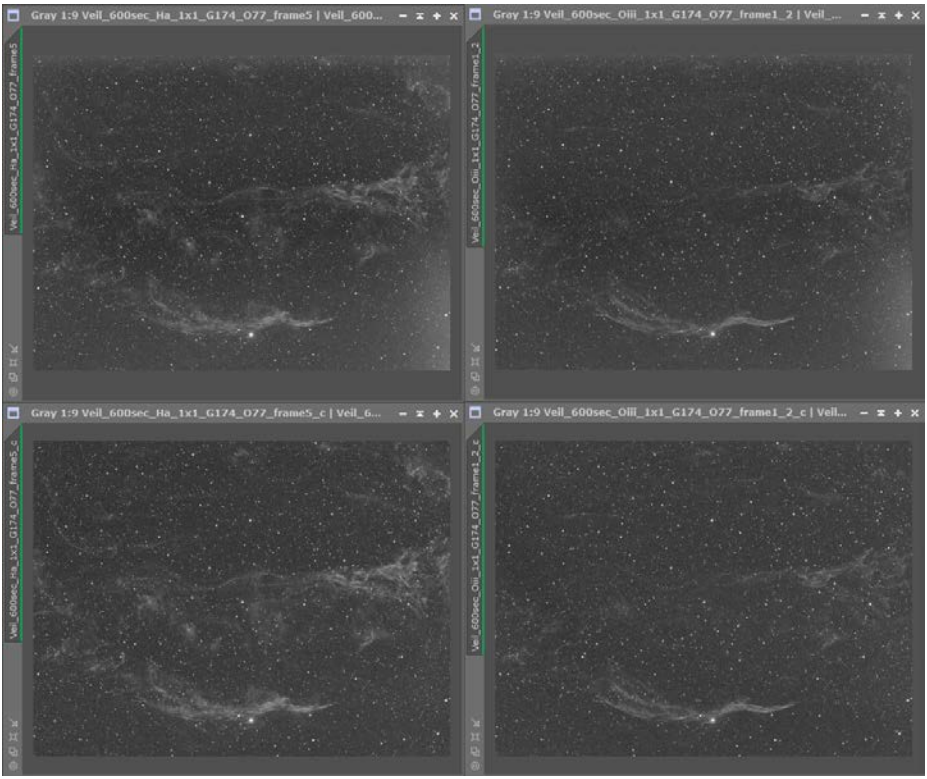


Figura 80 - Esempio di rimozione dell'amp glow mediante calibrazione. Riga in alto: Light Frames non calibrati (sinistra H-alfa, destra O-III). Riga in basso: la versione calibrata degli stessi frames.

Quando la calibrazione è controproducente

Come ho dimostrato nei paragrafi precedenti, ogni operazione di calibrazione comporta un aumento del rumore casuale. Persino una semplice somma o sottrazione tra due immagini produce un aumento del rumore casuale di oltre il 40%.

Da un lato, la calibrazione introduce una grande beneficio, ovvero la totale (o quasi) soppressione del rumore correlato e degli offset indesiderati. D'altro canto, essa produce anche un indesiderato aumento del rumore causale. Quest'ultimo effetto è poi funzione del numero di frame utilizzati per generare i vari Master: maggiore è questo numero, minore sarà il conseguente aumento del rumore casuale.

Per certi versi, la calibrazione è sempre positiva, a patto che si utilizzi un numero di frame di calibrazione adeguato.

Il miglioramento tecnologico sta però permettendo al mercato di offrire fotocamere sempre più performanti. Per esempio, gli ultimissimi sensori CMOS offrono altissima efficienza quantistica, valori di dark current che si possono misurare in elettroni/ora e un rumore di lettura di un solo elettrone.

Quando le caratteristiche tecniche sono così estreme, i benefici della calibrazione diventano discutibili. Per esempio, il sensore Sony IMX071 (oltre ad alcune fotocamere astronomiche, è utilizzato ad esempio sulla Nikon D5100), ha una dark current così bassa, unita ad assenza di amp glow, che l'utilizzo dei dark frame risulta sostanzialmente inutile. Per la mia attuale fotocamera, la QHYCCD QHY163M, l'uso dei Dark Frame è consigliabile solo per la presenza di amp glow (con esposizioni superiori al paio di minuti); se non fosse per quest'ultimo, con una dark current di soli 0,005 elettroni/secondo ci vogliono 450 secondi di esposizione (a -20°C) perché il rumore termico eguagli il rumore di lettura, di per se già molto basso (circa 1.5 e- in molti casi d'uso).

Un ragionamento analogo si applica al Bias: effettuare una correzione con Bias Frame è veramente importante solo per le fotocamere che mostrano evidenti segni di banding, oppure quando si vuole praticare la fotometria. In tutti gli altri casi, calibrare con Bias frame è più dannoso che utile.

L'unica forma di calibrazione che risulta essere sempre opportuna è quella con i Flat Frame, anche perché corregge dei difetti che spesso risultano estremamente difficili da trattare nell'elaborazione delle immagini.

In Figura 77 c'è un esempio di immagine realizzata senza alcuna calibrazione, Ad essere onesto, Avrei probabilmente utilizzato i flat, ma al termine della serata della ripresa ho prestato poca attenzione e i flat frame sono risultati tutti sovraesposti, quindi inutilizzabili.

Figura 81 - Esempio di immagine realizzata senza calibrazione (nebulosa Gabbiano – IC 2177 – NGC 2327)

Si tratta di sole 2.7 ore di esposizione complessiva in cinque bande (H-alfa 6nm, O-III 6nm, RGB) e di poco più di un'ora di elaborazione. Tuttavia non si evidenziano particolari difetti tecnici, a testimonianza di quanto siano evoluti i mezzi tecnici a disposizione degli astronomi dilettanti della nostra epoca.

Lo zoom di Figura 78 mostra anche l'assenza di banding e di altre forme di rumore a piccola scala.

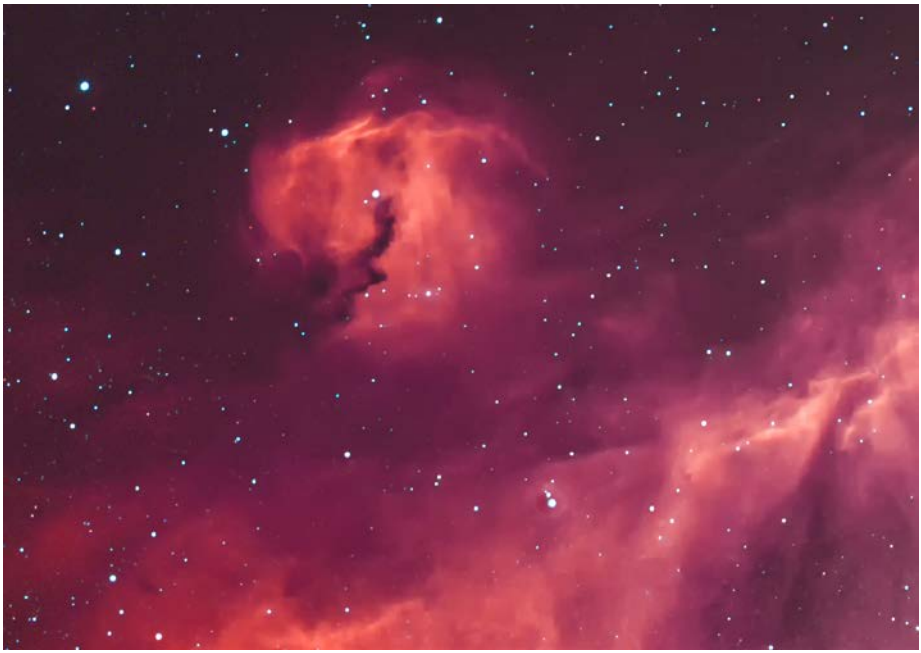


Figura 82 - Dettaglio della testa del "Gabbiano"

CAPITOLO 28

MISURARE IL RUMORE DI LETTURA E IL GUADAGNO

Sebbene i costruttori di fotocamere per uso generale (reflex, mirrorless, compatte) siano molto prolissi quando si tratta di magnificare le prestazioni delle proprie fotocamere in termini di rumore e di possibilità di utilizzare sensibilità ISO elevate, nessuno di essi pubblica le specifiche tecniche di dettaglio dei sensori utilizzati, né in forma numerica e nemmeno in termini di diagrammi simili a quelli che abbiamo visto in precedenza.

Nel campo dell'astrofotografia le cose stanno diversamente, tuttavia spesso si ha la curiosità di verificare se i dati dichiarati dal costruttore trovano riscontro nella realtà. Tra l'altro, **rumore di lettura** e **guadagno** sono due dei parametri più utili quando si valutano le potenzialità e le modalità di impiego di una fotocamera.

Misurare le caratteristiche tecniche della propria fotocamera non è così complesso. Sono necessari solamente:

- Una fotocamera con un obiettivo fotografico o un telescopio; l'unico requisito fondamentale è quello di poter utilizzare i file RAW (o FITS per le fotocamere astronomiche) e sono quindi escluse molte compatte e la maggior parte degli smartphone.
- Un software in grado di leggere i file RAW/FITS e di effettuare operazioni matematiche e statistiche su di essi. Alcuni esempi gratuiti sono *dcraw* (open source, a linea di comando), *RawDigger* e *ImageJ*.
- Molta pazienza.

Nel CAPITOLO 9 ho evidenziato il fatto che il rumore trae origine da molte sorgenti, pertanto è necessario trovare un modo di isolare il solo rumore di lettura.

Il metodo che descrivo in questo capitolo consiste nel fotografare una superficie bianca luminosa, come una parete esposta alla luce diretta o indiretta del sole. Le esposizioni saranno tipicamente molto brevi, in termini astronomici (al massimo qualche secondo), per cui **il rumore termico sarà sicuramente trascurabile** (essendo proporzionale al tempo di esposizione).

Eliminare il rumore correlato

Con il termine FPN (Fixed Pattern Noise) ho indicato l'intero **rumore correlato**, che ho descritto nel CAPITOLO 10. In molte fotocamere il FPN è trascurabile, in altre fotocamere lo è solo in determinate circostanze (esposizioni brevi e/o guadagno elevato e/o temperatura molto bassa).

In alcune recenti fotocamere CMOS, l'amp glow è presente nella maggior parte delle immagini di tipo astrofotografico (esposizioni dell'ordine dei minuti). Essendo l'amp glow una forma di FPN, per queste fotocamere è tassativo utilizzare la tecnica che sto per descrivere.

Poiché per definizione il FPN tende a distribuirsi allo stesso modo in tutte le immagini realizzate nelle medesime condizioni operative, possiamo dedurre che realizzando due immagini distinte e sottraendo una di esse dall'altra il contributo del FPN si annulla (almeno in prima approssimazione).

Esprimendo questo concetto in forma simbolica, supponiamo di realizzare due immagini I1 e I2 allo stesso modo (stessa esposizione, stesso guadagno, stesso bersaglio) e di calcolare la lodo differenza D':

Eq. 237 $D' = I_1 - I_2$

Occorre però prestare attenzione a due aspetti: il primo è che la sottrazione che ho appena definito non è una buona scelta. Innanzitutto, essendo il valore medio delle due immagini uguale (per come le abbiamo realizzate), il valore medio della loro differenza deve essere pari a zero. Inoltre, il risultato farà si che alcuni pixel abbiano valore negativo[32] e quindi vengano troncati a zero. Di fatto, l'immagine risultante sarebbe sostanzialmente nera.

Per risolvere questo problema, basta sommare la media di una delle due immagini al risultato precedente, per ottenere lo stesso livello di luminosità generale dell'immagine e per prevenire il troncamento a zero:

Eq. 238 $$D= \mu(I_1) + I_1 - I_2$$

Dove con $\mu(I_1)$ ho indicato il valore medio dei pixel della prima immagine.

Veniamo ora al secondo aspetto da tenere presente: se l'immagine D che abbiamo ottenuto applicando la Eq. 204 è sostanzialmente priva di FPN, non possiamo dire altrettanto del rumore casuale. Al contrario, quest'ultimo aumenta. Ricordando che il rumore è la deviazione standard del segnale e il modo in cui si sommano i rumori (CAPITOLO 6), otteniamo:

Eq. 239 $$\sigma(D)^2 = \sigma(\mu(I_1) + I_1 - I_2)^2 = 0^2 + \sigma(I_1)^2 + \sigma(I_2)^2$$

Infatti, la media di un'immagine è una costante e pertanto la sua deviazione standard è nulla. Se poi ipotizziamo ragionevolmente[33] che:

Eq. 240 $$\sigma(I_1) \cong \sigma(I_2) \equiv N$$

Otteniamo:

Eq. 241 $$\sigma(D)^2 = N^2 + N^2 = 2\,N^2$$

---

[32] Questo si verifica quando, a causa delle casualità del rumore, un pixel dell'immagine I1 è affetto da meno rumore rispetto allo stesso pixel dell'immagine I2, da cui il risultato negativo della differenza e il troncamento a zero.

[33] Se le due immagini sono realizzate allo stesso modo è più che ragionevole assumere che il livello di rumore sia identico per le due immagini e costituito da un valore che chiamerò N.

Che ci permette di scrivere

Eq. 242 $N = \frac{\sigma(D)}{\sqrt{2}}$

Misurando l'immagine "differenza", e dividendo il risultato per la radice quadrata di 2, abbiamo quindi ottenuto la stima del rumore totale di entrambe le immagini della coppia al netto del FPN.

Come valutare il rumore di lettura

Avendo eliminato il FPN ed essendo trascurabile il rumore termico, il rumore totale è dato da:

Eq. 243 $N_T = \sqrt{N_i^2 + N_{sky}^2 + \ N_{th}^2 + RON^2 + FPN^2} \cong \sqrt{N_i^2 + N_{sky}^2 + RON^2}$

Per questo test useremo come bersaglio una superficie bianca uniforme e luminosa, per esempio una parete bianca. Non essendoci il contributo del cielo, possiamo depennare anche il relativo rumore:

Eq. 244 $N_T \cong \sqrt{N_i^2 + RON^2}$

Che si può riscrivere, elevando tutto al quadrato, come:

Eq. 245 $N_T^2 \cong N_i^2 + RON^2$

Sappiamo però che lo shot noise è la radice quadrata del segnale, per cui il quadrato dello shot noise non è altro che il segnale stesso:

Eq. 246 $N_T^2 = \ S + \ RON^2$

Se vogliamo esprimere tutto in elettroni, il segnale S in ADU va diviso per il guadagno G della fotocamera, per cui abbiamo che:

Eq. 247 $N_T^2 = \frac{S}{G} + RON^2$

Se sostituiamo:

Eq. 248 $y = N_T^2; x = S; a = \frac{1}{G}; b = RON^2$

Riconosciamo immediatamente la forma:

Eq. 249 $y = a\,x + b$

Ovvero l'equazione di una retta di pendenza a e intercetta b. La

La Eq. 213 rappresenta dunque retta di pendenza 1/G che intercetta l'asse delle ordinate nel punto (0, RON²).

La procedura di test

Ecco allora il procedimento: si tratta di scattare una serie di foto a gruppi di due. Il soggetto deve essere una superficie di colore uniforme: va benissimo un foglio di carta bianca, una parte o un flat box. Il soggetto deve essere uniformemente illuminato, da una sorgente possibilmente priva di sfarfallio (la luce del giorno è ottima). Si regola l'obiettivo in modo da avere la massima sfocatura possibile: ciò fa sì che il soggetto appaia al sensore come una superficie perfettamente liscia. Per lo stesso motivo, chi usa una reflex dovrebbe aprire al massimo il diaframma per tutta la serie di scatti. La sensibilità ISO o il gain, in base alla fotocamera usata, devono rimanere costanti per tutto il test.

Si scatta una prima coppia di immagini, per con un'esposizione di 1/1000" (in funzione di quanta luce c'è a disposizione); si aumenta quindi l'esposizione di uno stop, per esempio a 1/500" e si scattano altre 2 foto e si prosegue così fino a quando si sfiora la saturazione.

Alla fine, si avrà una serie di foto f_{1a}-f_{1b}, f_{2a}-f_{2b}, f_{3a}-f_{3b}, ecc. in cui *a* e *b* indicano le due foto ottenute con le stesse impostazioni. Partiamo ora dalla prima coppia di foto; le operazioni da eseguire sono le seguenti, per ogni coppia di immagini:

1. si ritagliano le foto in modo da conservare la sola parte centrale, per esempio di 500x500 pixel; questo consente di evitare errori di misura dovuti all'eventuale vignettatura dell'obiettivo.
2. Se la fotocamera è a colori, si seleziona solo il canale verde.
3. Si calcola la media dei pixel, che chiameremo S_i per la i-esima coppia di immagini.
4. Si calcola la differenza D con il metodo descritto in precedenza, quindi si determina la deviazione standard di D e la si divide per la radice quadrata di 2, ottenendo il rumore N_i di questa coppia di immagini.
5. Si segna su un grafico S-N il punto $(S_i\ N_i^2)$.
6. Si ripete la procedura per tutte le coppie di immagini.

Se si è proceduto in modo corretto, i punti segnati dovrebbero essere allineati e formare un grafico simile a quello di Figura 79. Il grafico, plottato mediante Excel, mostra anche l'equazione della linea di tendenza che meglio approssima i dati a disposizione. In questo caso abbiamo un guadagno pari a 0,3 e un rumore di lettura di 11 elettroni circa.

Il coefficiente R^2 (detto coefficiente di determinazione) indica in che misura la retta di regressione lineare approssima i dati. Un valore di R^2 pari a 1 indica una perfetta approssimazione, ma per i nostri scopi uno 0.95 può essere ritenuto sufficiente (valori più bassi fanno ipotizzare che ci sia stato qualche errore nella misurazione o che la fotocamera non funzioni correttamente).

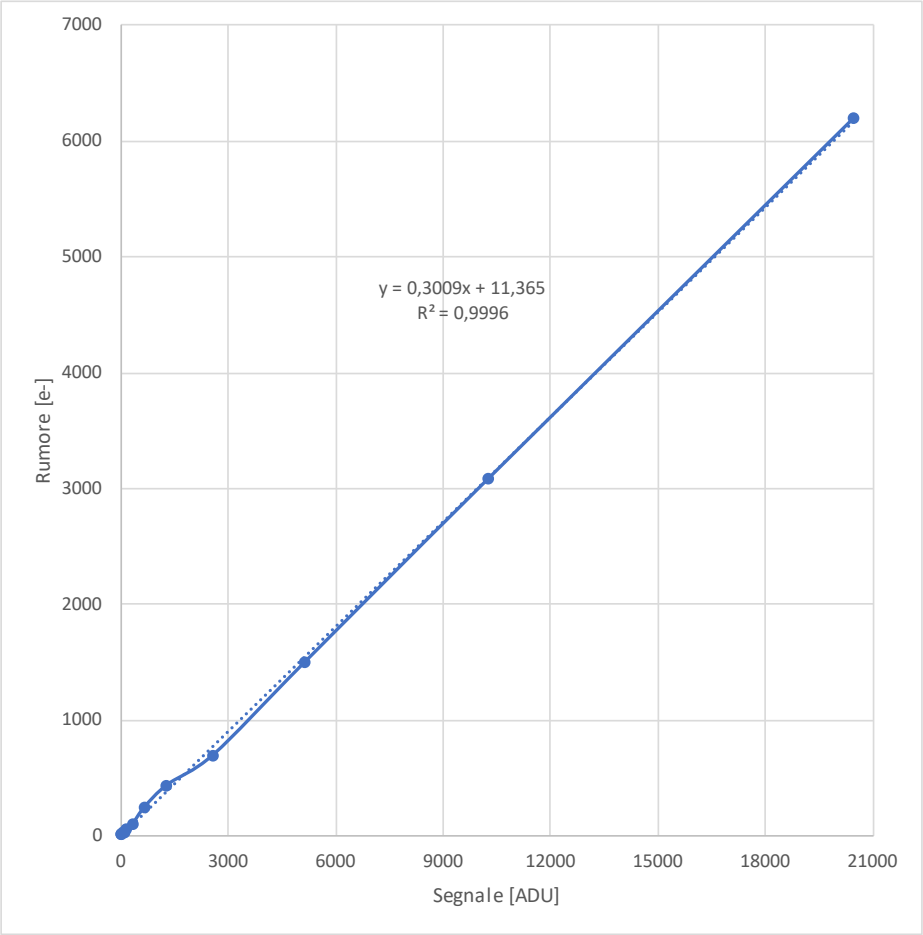


Figura 83 - Esempio di grafico Segnale vs Rumore al quadrato

Questi dati sono validi solo per la sensibilità ISO o il gain selezionati. Cambiando l'amplificazione variano anche il guadagno ed il rumore di lettura, per cui questo test va ripetuto per tutte le sensibilità ISO/gain disponibili per avere un quadro completo delle prestazioni del proprio sensore.

CAPITOLO 29
MISURARE LA DARK CURRENT

Conoscere il valore della Dark Current della propria fotocamera, al variare della temperatura, può essere più di una curiosità. Questo dato permette, per esempio, di discriminare il tempo massimo di esposizione dei Flat Frame affinchè non sia necessario ricorrere ai Flat Dark. Se il valore è molto basso, in relazione al tempo di esposizione, si può anche decidere che non vale la pena di calibrare con i Dark Frame, una scelta sempre più popolare tra chi possiede una fotocamera CMOS raffreddata a colori[34].

Non sempre i costruttori delle fotocamere forniscono questo dato e, se lo fanno, non è detto che forniscano anche l'intervallo di temperatura che provoca il raddoppio della Dark Current.

Se è così, non è il caso di preoccuparsi: misurare la Dark Current richiede solo un po' di pazienza.

Perché certe misurazioni della dark current non tornano

Esistono due metodi molto popolari per misurare la dark current di un sensore. PixInsight implementa entrambi in uno script chiamato **BasicCCDParameters**. Il primo metodo utilizza un singolo Dark frame ed un singolo Bias frame; il procedimento si compone dei seguenti passaggi:

1. Sottrarre il Bias frame dal Dark frame e assumere che l'immagine risultante contenga solo il segnale termico;
2. Calcolare la media dell'immagine risultante;

---

[34] Le fotocamere a colori sono utilizzate principalmente in banda larga e pertanto le esposizioni tendono ad essere limitate a pochi minuti (salvo il caso in cui si operi in cieli veramente privi di inquinamento luminoso). Per contro, gli ultimi modelli di fotocamere con sensori CMOS tendono ad avere valori di dark current estremamente bassi, tali da produrre anche meno di un elettrone per minuto di esposizione. I due fatti combinati rendono discutibile l'utilità di una calibrazione con Dark Frame.

3. Moltiplicare la media per il guadagno e dividerla per il tempo di esposizione: il risultato è la dark current.

I passaggi sopra sono riassunti nella seguente formula:

Eq. 250 $$Dark\ Current = Guadagno * \frac{media(Dark-Bias)}{Tempo\ di\ esposizione}$$

Ci sono due problemi in questo metodo. Il primo consiste nell'ipotesi di cui al punto 1: dopo aver sottratto il Bias frame, l'immagine risultante non contiene solo il segnale termico, ma anche il rumore correlato e il rumore RTN (o 1/f – vedi CAPITOLO 10). Se quest'ultimo è spesso trascurabile, la presenza di amp glow (che costituisce un rumore di tipo correlato) può produrre una sopravvalutazione della dark current.

Il secondo problema è decisamente peggiore. Nel CAPITOLO 22 ho dimostrato che, a causa della Black Point Compensation, un Dark frame può essere più "scuro" di un Bias frame. Se la media del Dark frame è inferiore alla media del Bias frame, nella formula di cui sopra si ottiene **un valore negativo di dark current, chiaramente un controsenso fisico**. In altri casi, l'effetto della Black Point Compensation non è così estremo, ma in ogni caso comporta una sottostima della dark current.

PixInsight offre un secondo metodo per misurare la dark current, utilizzando due dark frame con esposizioni molto diverse (il rapporto consigliato è di 1:10). **Purtroppo, un bug nello script porta ad un valore errato per la Dark current quando si utilizza questo metodo (vedi** Beltrame, PixInsight - BasicCCDParameters: flaw in calculation of dark current?, in Bibliografia) e, nel caso di dark frames con esposizione molto lunga e rumore di lettura molto contenuto, **il risultato di questo script può essere molto più piccolo che il valore reale, fornendo così valori irrealisticamente bassi di dark current.** Al momento in cui scrivo (giugno 2018) il bug è ancora presente nello script (BasicCCDParameters v0.3.1).

Un metodo alternativo di misurare la Dark Current

Un metodo per ottenere una misura più affidabile della Dark Current è quello proposto da Christian Buil (vedi Bibliografia). Il metodo consiste nel prendere due Dark Frame con la stessa

esposizione e la stessa temperatura, chiamiamoli D1 e D2. Quindi, si sottrae D2 da D1 (in PixInsight si può usare il processo PixelMath - in ImageJ si utilizza Image Operations > Subtract). Poichè il rumore correlato (compreso l'amp glow!) è presente in entrambe le immagini, sottraendo una dall'altra abbiamo eliminato il suo contributo all'immagine risultante. In quest'ultima saranno presenti il solo rumore termico, il rumore di lettura e il rumore RTN (lo shot noise è ovviamente zero, visto che stiamo parlando di Dark Frame).

Ora, possiamo calcolare il rumore totale dell'immagine risultante in questo modo:

Eq. 251 $\sigma_{1-2} = \sigma(D1 - D2) = \sqrt{\sigma(D1) + \sigma(D2)} = \sqrt{2}\,\sigma'$

Eq. 252 $\sigma' = \frac{\sigma_{1-2}}{\sqrt{2}}$

In cui ho assunto che valga la seguente relazione[35]:

Eq. 253 $\sigma' \cong \sigma(D1) \cong \sigma(D2)$

Ora, per un generico dark frame possiamo scrivere:

Eq. 254 $\sigma = \sqrt{D_c t + RON^2 + FPN^2 + RTN^2}$

Dove Dc * t è il segnale termico (non confondere con il rumore termico, che è la radice quadrata del segnale termico!), dato dal prodotto della dark current Dc per il tempo di esposizione t; RON è il rumore di lettura; FPN è il rumore correlato; RTN è il Random Telegraph Noise. Possiamo anche riscrivere l'equazione di cui sopra come:

Eq. 255 $\sigma^2 = D_c t + RON^2 + FPN^2 + RTN^2$

Da cui si ricava:

Eq. 256 $D_c t + RTN^2 = \sigma^2 - RON^2 - FPN^2$

---

[35] L'ipotesi è ragionevole in quanto le due immagini sono state ottenute in modo assolutamente identico.

Riguardo alle variabili di questa equazione:

- Possiamo trovare il valore di RON dalla scheda tecnica del sensore; in alternativa si può ricorrere ad una misurazione secondo la procedura del CAPITOLO 23.
- La deviazione standard σ può essere calcolata mediante un'applicazione di elaborazione delle immagini (PixInsight, ImageJ, Photoshop, ecc).
- Tuttavia, non possiamo discriminare il contributo della dark current e del RTS rispetto al rumore FPN.

Tuttavia, se sottraiamo un dark frame da un altro dark, il rumore correlato FPN si annulla mentre la deviazione standard è data dalla Eq. 217, pertanto possiamo riscrivere la Eq. 222 in questo modo:

Eq. 257 $$D_c t + RTS^2 = (\frac{\sigma_{1-2}}{\sqrt{2}})^2 - RON^2$$

Il rumore RTN è generalmente trascurabile rispetto al rumore termico, soprattutto per esposizioni relativamente lunghe, pertanto possiamo ignorarlo:

Eq. 258 $$D_c t + RTS^2 \cong D_c\, t$$

Per cui la Eq. 223 si semplifica in:

Eq. 259 $$D_c t = (\frac{\sigma_{1-2}}{\sqrt{2}})^2 - RON^2$$

Infine, risolvendo per la darc current otteniamo:

Eq. 260 $$D_c = \frac{(\frac{\sigma_{1-2}}{\sqrt{2}})^2 - RON^2}{t}$$

Se non si considera valida l'ipotesi riguardante il rumore RTN, si può tuttavia notare che RTN^2 è necessariamente uguale a zero o maggiore di zero, il che ci permette di riscrivere la Eq. 226 come una disuguaglianza:

Eq. 261 $$D_c \leq \frac{(\frac{\sigma_{1-2}}{\sqrt{2}})^2 - RON^2}{t}$$

Finora ho espresso tutte le variabili in ADU, invece che in elettroni. Se si vuole trovare la dark current in elettroni al secondo, basta moltiplicare la dark current in ADU per il quadrato del guadagno. In caso contrario, nella formula di cui sopra è possibile moltiplicare la deviazione standard $\sigma_{1\text{-}2}$ per il guadagno G e inserire il rumore di lettura in elettroni:

Eq. 262 $$D_c \leq \frac{\frac{(G\,\sigma_{1-2})^2}{2} - RON_{e-}^2}{t}$$

Il metodo di Buil è appropriato per una valutazione sufficientemente accurata. Per quanto mi riguarda, preferisco estendere questo metodo utilizzando un numero di Dark Frame maggiore di 2, ma comunque pari: chiamiamoli D_1, D_2, D_3, …, D_n. Ora, costruiamo un'immagine composta, definita come segue:

Eq. 263 $$D = D_1 - D_2 + D_3 - D_4 + \cdots + D_{n-1} - D_n$$

Per questa immagine la deviazione standard vale:

Eq. 264 $$\sigma(D) = \sqrt{n}\,\sigma'$$

In cui, di nuovo, ho assunto che:

Eq. 265 $$\sigma' \cong \sigma(D_1) \cong \sigma(D_2) \cong \cdots \cong \sigma(D_n)$$

Ripetendo lo stesso ragionamento descritto in precedenza, arriviamo a:

Eq. 266 $$D_c \leq \frac{\frac{(G\,\sigma(D))^2}{n} - RON_{e-}^2}{t}$$

Ovvero un risultato simile al precedente, con la differenza rilevante che stiamo lavorando su molti frame, pertanto le fluttuazioni statistiche e l'influenza degli errori di misura sui singoli frame dovrebbero essere considerevolmente ridotte.

Come esempio, ho recentemente valutato la dark current della QHY163M usando la formula di base del Buil con due dark frame (Eq. 228), ottenendo un valore di 0,006 elettroni per secondo per pixel a -20 °C. Ho ripetuto la misurazione utilizzando fino a 14 frame, ottenendo i seguenti risultati:

Numero di frame	Dark Current rilevata [e-]
2	0,0047
4	0,0054
6	0,0051
8	0,0047
10	0,0052
12	0,0053
14	0,0051

Tabella 10 - Risultati della misurazione della Dark Current all'aumentare del numero di dark frame usati

Come si può vedere, c'è una fluttuazione iniziale, poi il valore misurato sembra convergere verso i 0,005 elettroni al secondo per pixel, che è la mia nuova stima per la dark current a -20 °C.

Quando si eseguono questi calcoli occorre prestare un po' di cautela: occorre essere consapevoli dei problemi di possibile troncamento dovuti all'upper bound e al lower bound delle variabili numeriche usate nei PC per i calcoli, in particolare se si utilizzano variabili di tipo intero (integer). Questo è il motivo per cui ho scelto di scrivere la formula per l'immagine combinata con segni più e meno alternati (invece di, per esempio, sommare la metà delle immagini e quindi di sottrarre la restante metà). È meglio usare variabili a virgola mobile (floating point), meglio ancora se a 64 bit o 80 bit.

Inoltre, assumendo RTN = 0 otteniamo un risultato che può essere un po' sovrastimato. A tal fine, è preferibile lavorare con dark frames a lunga esposizione (qualche minuto), in modo da avere rumore termico molto superiore al RTN (nel qual caso è legittimo assumere RTN≃ 0)

CAPITOLO 30

TUTORIAL PER LA CALIBRAZIONE CON PIXINSIGHT

Nel CAPITOLO 22 ho spiegato perché l'effetto combinato della Black Point Compensation e dell'amp glow può produrre problemi nella calibrazione delle immagini, qualora i Dark Frame vengano scalati rispetto al tempo di esposizione. Ho anche mostrato che l'effetto dell'amp glow può essere non lineare rispetto al tempo di esposizione stesso.

Se la calibrazione dei Light frame non viene eseguita correttamente, la conseguenza di quanto sopra potrebbe portare ai seguenti effetti:

- **Clipping a zero**: ciò è dovuto al fatto che la media dei Bias frame può essere superiore alla media dei Dark frame; di conseguenza, se la calibrazione include la sottrazione del Master Bias dal Master Dark, è probabile che molti dei pixel vengono troncati a zero (in quanto un'immagine non ammette pixel con valore negativo). La soluzione ovvia per prevenire il clipping è aggiungere un piedistallo (pedestal), ovvero una piccola costante, grande quanto basta ad evitare che i pixel assumano valore nullo.
- **Rimozione inefficace dell'amp glow**: se la calibrazione viene eseguita con un Master Dark che è stato ottenuto con un tempo di esposizione diverso rispetto ai Light frame, la calibrazione può produrre sovra- o sotto-correzione.

Come PixInsight esegue la calibrazione (per default)

Il modo consigliato per eseguire la calibrazione dei Light frame in PixInsight è il seguente (vedi Peris in Bibliografia):

1. Integrare i Bias frame in un Master Bias.
2. Integrare i Dark frame in un Master Dark.
3. Calibrare i Flat frame con il Master Bias e il Master Dark.
4. Integrare i Flat frame calibrati in un Master Flat.

5. Calibrare i Light frame il Master Bias, il Master Dark e il Master Flat.

Lo screenshot di Figura 81 mostra il processo **ImageCalibration**, lo strumento principale che PixInsight offre per eseguire la calibrazione delle immagini. La cosa interessante è che PixInsight offre una funzione di calibrazione Overscan, che permette di definire fino a 4 regioni overscan, come si può osservare in Figura 80.

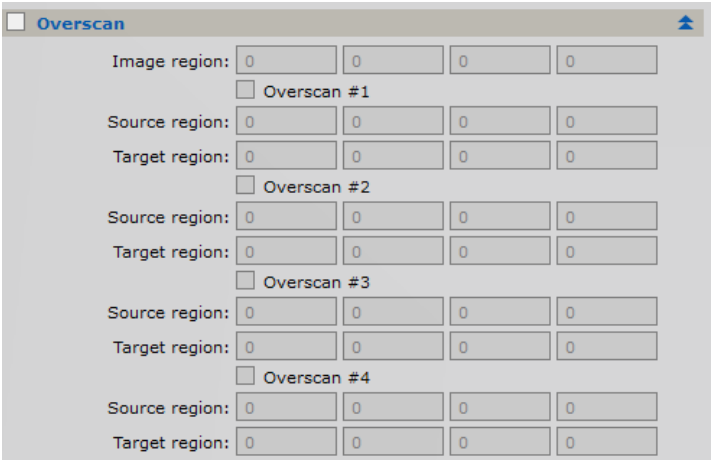


Figura 84 - Le opzioni di calibrazione mediante Overscan

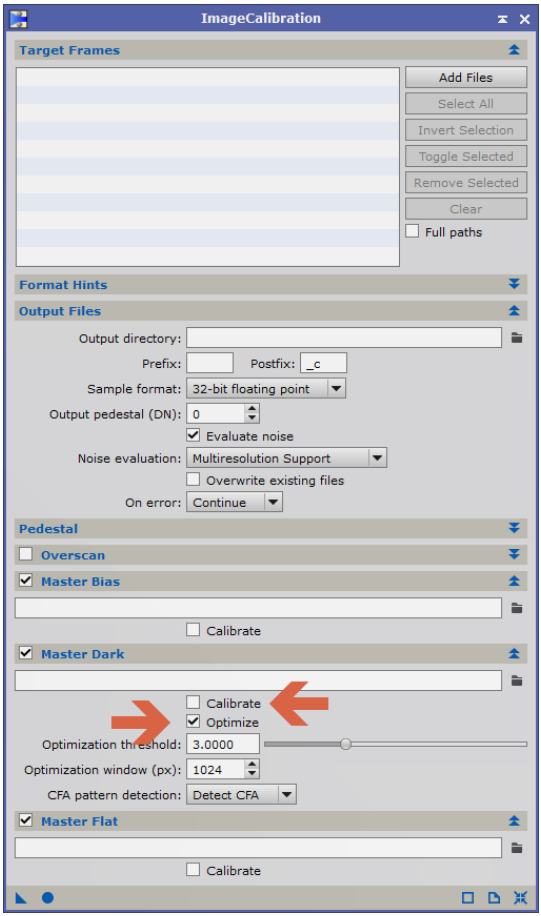


Figura 85 - La finestra del processo ImageCalibration e i due parametri a cui occorre prestare attenzione

Ma vorrei spostare l'attenzione sulle due opzioni nella scheda Master Dark, quelle contrassegnate con una freccia rossa: **Calibrate** e **Optimize**. L'opzione Calibrate consente la correzione Overscan (se sono state inserite le informazioni rilevanti) ed inoltre sottrae il Master Bias dal Master Dark. L'opzione Optimize effettua una trasformazione in scala del Master Dark, al fine di

"[You] don't [need to] worry about differing temperatures and exposure times between dark and light frames. [ImageCalibration process] will always rescale the dark noise to match every light frame [...] thermal noise must be bias-subtracted: only thermal noise must be rescaled in the master dark to match the thermal noise in the light frame." (vedi Peris in Bibliografia).

Che ricalca esattamente quanto ho riportato nel CAPITOLO 22:

Eq. 267 $$CF = \frac{(Light - MasterBias) - (MasterDark - MasterBias)}{MasterFlat - MasterBias} Media(MasterFlat)$$

formula che, come ho dimostrato, funziona solamente se i Dark Frame sono esattamente lineari rispetto al tempo di esposizione. Nel CAPITOLO 22 ho però mostrato anche che non sempre è così, in particolare per alcune fotocamere CMOS e comunque per tutte quelle che implementano la Black Point Compensation.

In quei casi occorre fare ricorso ad una procedura diversa, la cui descrizione è lo scopo di questo capitolo.

Consiglio di leggere questo tutorial anche ai possessori di fotocamere in cui lo scaling dei Dark funziona correttamente. È infatti preferibile approfondire il funzionamento degli script messi a disposizione dai vari software ed essere capaci di procedere anche in modo "manuale". Questo è l'unico vero modo di imparare che cosa si sta facendo e riuscire a superare gli eventuali ostacoli che si dovessero presentare.

La calibrazione con PixInsight (passo per passo)

Iniziamo con un'immagine FITS che ho realizzato mediante la camera CMOS QHY163M ed un filtro H- alfa da 6 nm (Figura 82 – si tratta della celebre nebulosa Cuore, o IC 1805, nella costellazione di Cassiopea). La camera è monocromatica, quindi si tratta di un'immagine in scala di grigi. L'esposizione è stata di 10 minuti a f/5.3 e a una temperatura del sensore di -20

°C. Si tratta di un file originale, al quale ho applicato solo uno stretch visivo predefinito (STF) mediante PixInsight:

Figura 86 - Nell'angolo in basso a destra si nota la presenza di amp glow

In questa immagine, considerata l'estensione della nebulosità, è possibile non accorgersi dell'area in cui l'amp glow è più evidente (è indicato dalle frecce). Per calibrare i miei Light frame ho realizzato 16 Dark frame alla stessa temperatura (-20°C) e con la medesima durata di esposizione (10 minuti). Ho usato anche una biblioteca di 200 Bias frame per costruire un Master Bias, oltre a 20 Flat frame alla stessa temperatura (-20°C) con un'esposizione di 9 secondi.

Nelle pagine che seguono mostrerò come i Light frame al fine di rimuovere ogni traccia residua di amp glow. Gli aspetti più importanti da considerare sono i seguenti:

- È obbligatorio l'uso di Dark frame con la **stessa durata temperatura e esposizione** dei Light frame. Inoltre, è necessario evitare ogni forma di scaling dei Dark Frame.
- **Calibrare i Flat frame solo con il Master Bias**. Se si sceglie di calibrare i Flat anche con il Master Dark, quest'ultimo verrà scalato e non vogliamo che ciò accada. Chi deve ricorrere a Flat Frame di esposizione molto lunga dovrebbe indirizzarsi piuttosto sui Flat Dark Frame (vedi CAPITOLO 22).

Di conseguenza, la calibrazione sarà basta sulla formula base già vista nel CAPITOLO 22:

Eq. 268 $$CF = \frac{Light - MasterDark}{MasterFlat - MasterBias} Media(MasterFlat)$$

Integrazione del Master Bias e del Master Dark

Come primo passo, abbiamo bisogno di integrare i Bias frame in un Master Bias e i Dark frame in un Master Dark. La procedura è la stessa per i due casi e va eseguita attraverso il processo **ImageIntegration**. Dobbiamo cambiare alcuni dei valori di default (vedi Peris in Bibliografia):

- Non normalizzate le immagini, perché il valore costante di Bias deve essere preservato. Entrambi i metodi di normalizzazione nelle sezioni di **Image Integration** e **Pixel Rejection** devono essere disattivati (selezionate **No normalization**).
- Disabilitate la funzione di ponderazione dell'immagine (**Weights: Don't care (all weights = 1)**. Infatti, vogliamo eliminare solo gli outliers che sono palesemente tali.
- Utilizzate l'algoritmo **Winsorized Sigma Clipping** per scartare i valori anomali (cercate però di integrare almeno 10-15 frame).

Gli screenshot di Figura 83 mostrano le impostazioni della mia finestra **ImageIntegration** (a destra i dettagli dei parametri di Sigma Clipping).

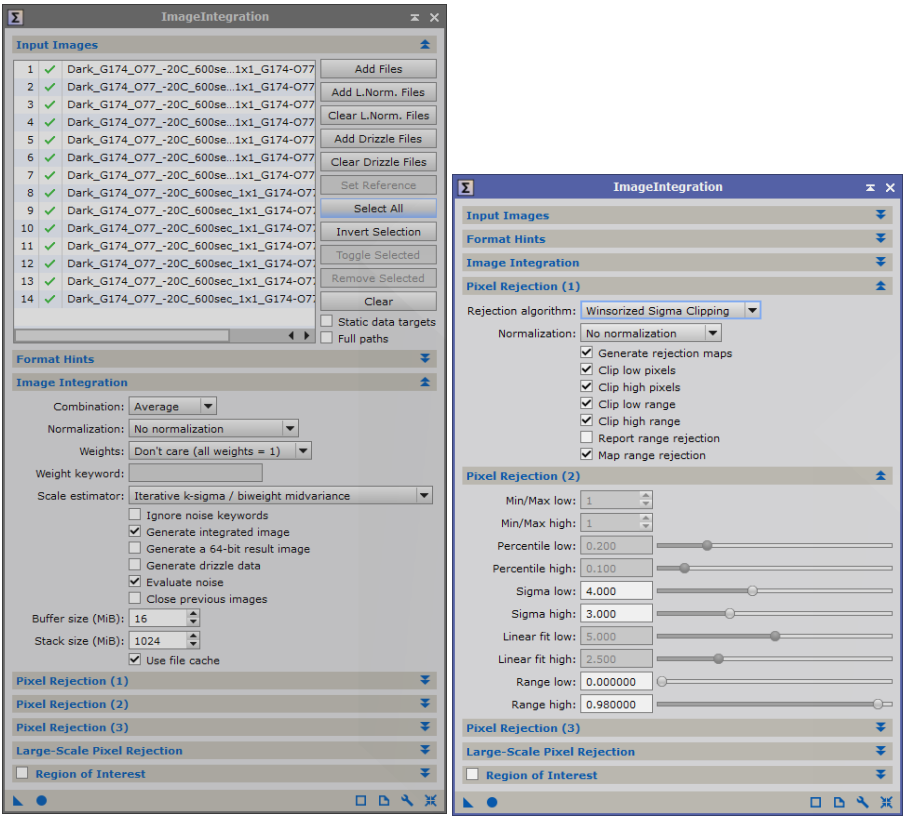


Figura 87 - I parametri di ImageIntegration per l'integrazione dei Bias Frame

L'output del processo è un'immagine che salveremo come Master Bias o Master Dark a seconda del tipo di frame che abbiamo integrato. Ora siamo pronti per calibrare i Flats.

Calibrazione dei Flat Frame

Come passo successivo, calibriamo i Flat frame. Come discusso in precedenza, dobbiamo sottrarre soltanto il Master Bias selezionando l'apposito check box nella scheda **Master Bias**.

Assicuratevi di disattivare le schede **Master Dark** e **Master Flat** e di scegliere una directory di destinazione per i vostri Flat calibrati (Figura 84).

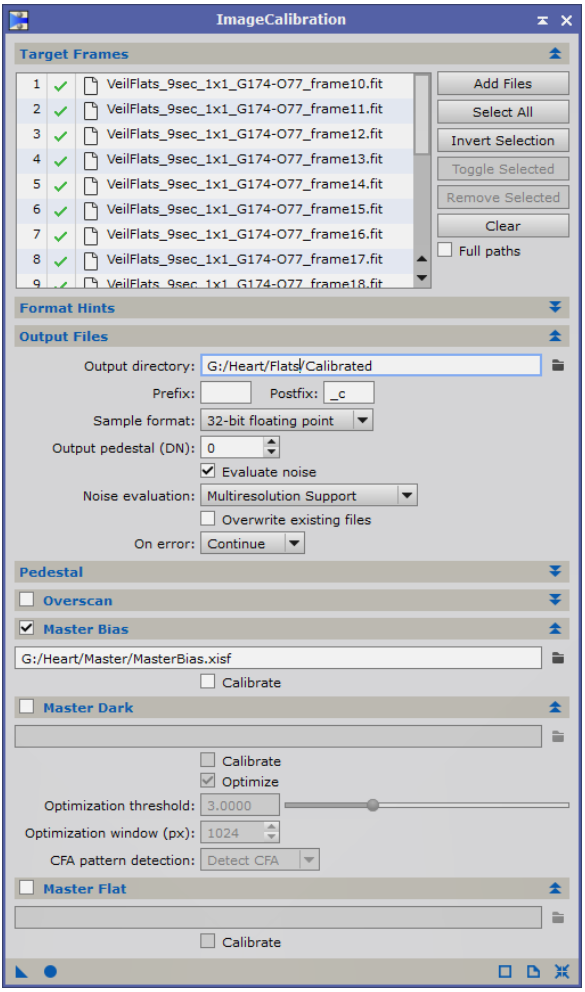


Figura 88 - La finestra di ImageCalibration per la calibrazione dei Flat Frame

Integrazione del Master Flat

Ora siamo pronti ad integrare i Flat frame. C'è solo un paio di cose da cambiare rispetto alla integrazione del Master Bias e del Master Dark (Figura 85):

- Selezioniamo la voce **Multiplicative** per il parametro **Normalization**, perché generare un Master Flat che non cambierà la luminosità complessiva dei nostri Light frame.
- Se il numero di Flat frame da integrare è piccolo o si è utilizzata la tecnica degli "Sky Flat", allora il metodo migliore per il rifiuto di valori anomali è **Percentile Clipping**. Nel mio caso particolare ho usato un iPad come "flat box", quindi in questo esempio continuerò ad utilizzare il metodo **Winsorized Sigma Clipping**.

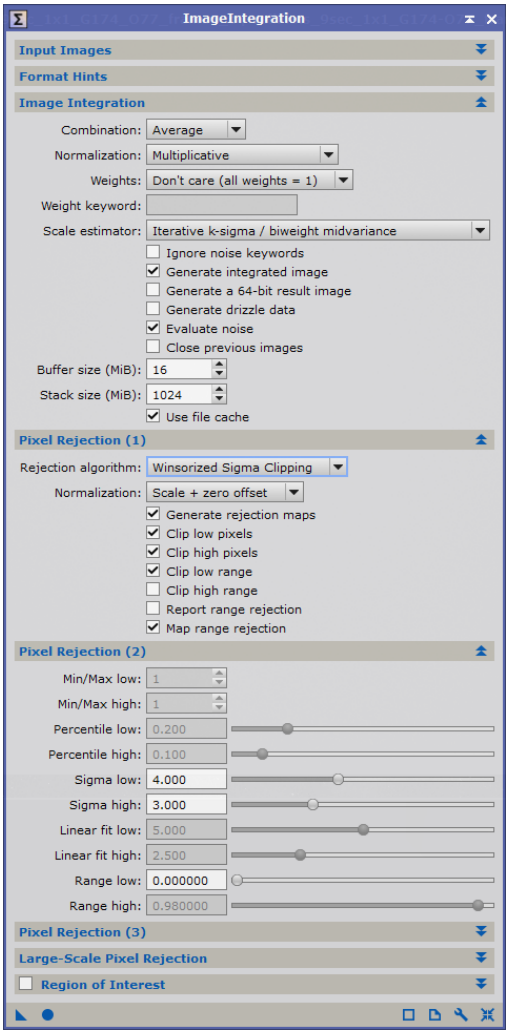


Figura 89 - La finestra di ImageIntegration per l'integrazione dei Flat Frame

Calibrazione dei Light frames

Siamo finalmente pronti per eseguire la calibrazione dei Light frame. Le opzioni da selezionare sono (Figura 86):

- Disabilitare la scheda **Master Bias** (non sottrarremo il Bias dai Light Frames; inoltre, ai Flat frame il Master è già stato sottratto in fase di calibrazione).
- Abilitare la scheda **Master Dark** e selezionare il file Master Dark che abbiamo creato in precedenza.
- Nella scheda **Master Dark**, assicurarsi di disattivare sia **Calibrate** che **Optimize**.
- Abilitare la scheda **Master Flat** e selezionare il Master Flat che abbiamo creato in precedenza; disabilitare **Calibrate**.

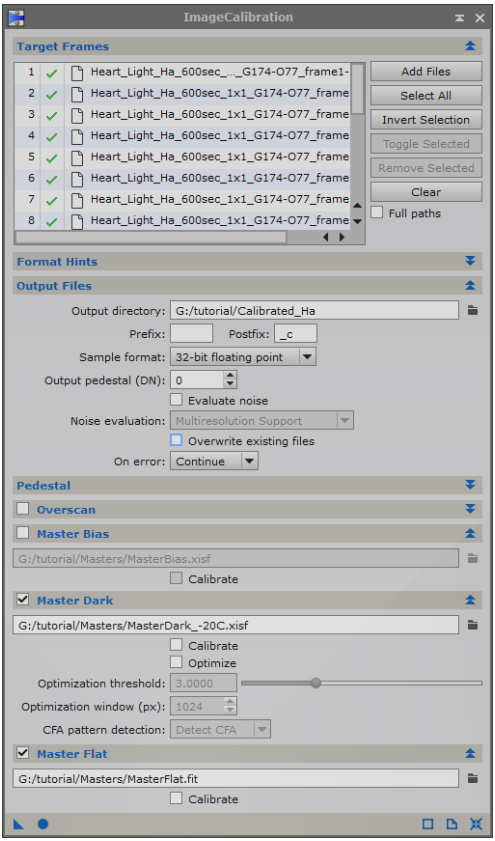


Figura 90 - Finestra di ImageIntegration per la calibrazione dei Light Frame

Registrazione e integrazione dei Light frames

Ora che abbiamo calibrato i Light frame, possiamo procedere con l'allineamento (**Registration**) e con l'integrazione. Per questo tutorial ho usato in entrambi i casi i valori di default e ho scelto **Winsorized Sigma Clipping** come l'algoritmo di rifiuto dell'integrazione.

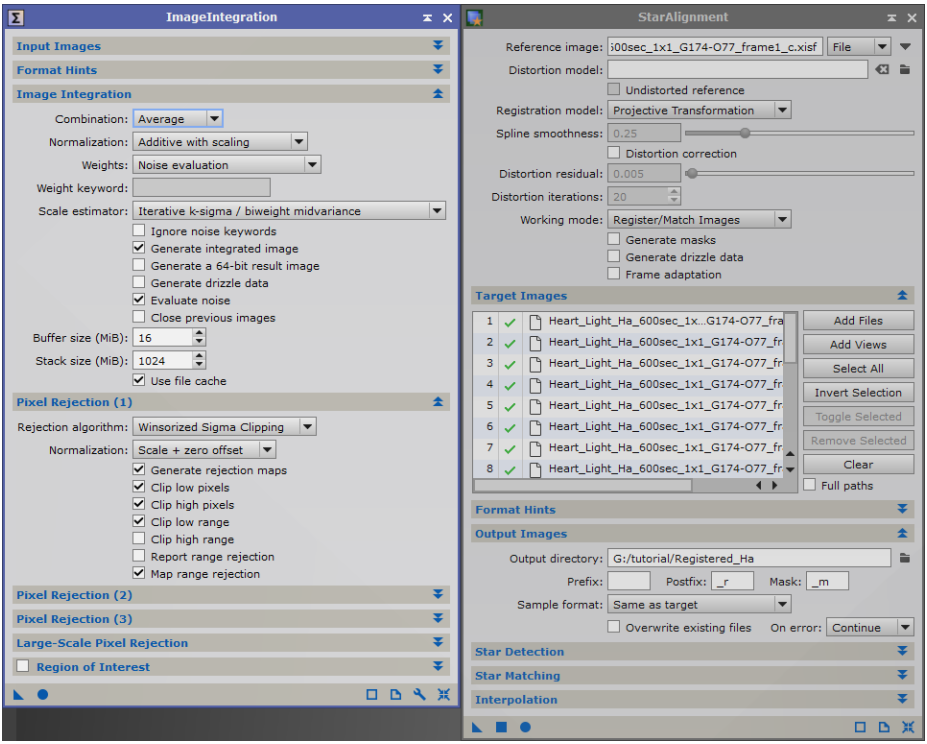


Figura 91 - Opzioni di allineamento e integrazione

Il risultato

Nelle seguenti immagini è possibile apprezzare il risultato della integrazione di 18 esposizioni di 10 minuti ciascuna, per un totale di 3 ore di integrazione (Figura 88).

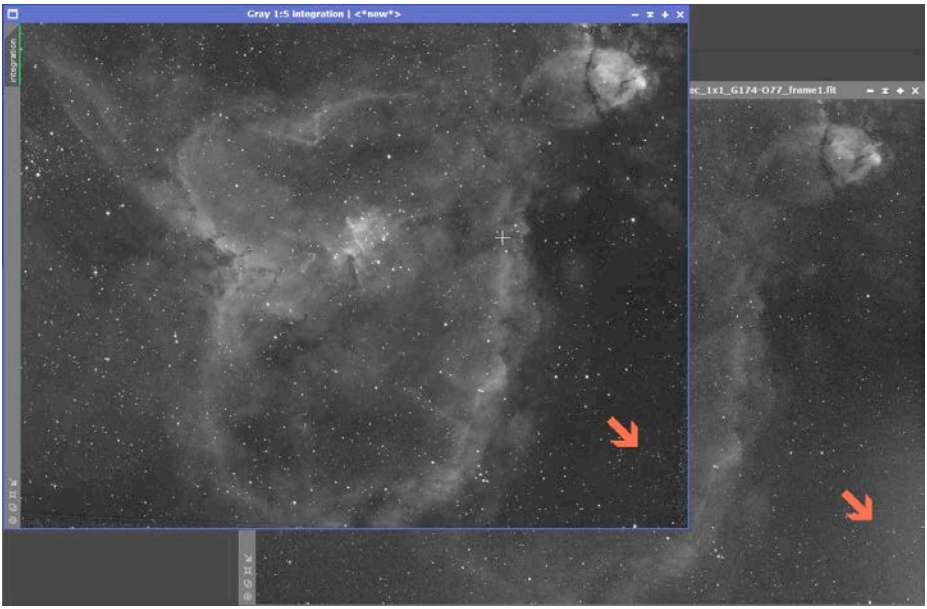


Figura 92 - L'immagine prima e dopo la calibrazione: si nota che l'amp glow è scomparso

In Figura 88 non c'è alcun tipo di elaborazione. All'immagine calibrata ed integrata (a sinistra) e al singolo frame (a destra) ho applicato solo uno stretch a video di default (**STF - ScreenTransferFunction)**. È facile verificare che l'amp glow è stato completamente eliminato dalla procedura di calibrazione.

Gli artefatti che si possono intravedere a malapena in basso a destra e sul bordo inferiore sono dovuti all'allineamento dei frame (ho eseguito le riprese della nebulosa Cuore nebulosa in due notti diverse, quindi c'è una leggera rotazione tra i Light frame).

In generale, la procedura funziona davvero bene con questa fotocamera e lo farà ancora meglio con fotocamere che non presentano amp glow. La Figura 89 è uno zoom al 100% di Melotte 15, al centro della nebulosa: ogni traccia di rumore correlato è stata completamente eliminata, a dimostrazione dell'efficacia di questa procedura. Anche questo esempio è un semplice stretch a video, privo di qualsivoglia elaborazione successiva all'integrazione dei Light Frame calibrati.

Figura 93 - Zoom al 100% all'interno della nebulosa Cuore

BIBLIOGRAFIA

Alper G.
How To Measure "Photon Transfer Curve"
www. adimec.com

Beltrame A.
PixInsight - BasicCCDParameters: flaw in calculation of dark current?
https://pixinsight.com/forum/index.php?topic=11800.msg72604 - msg72604

Beltrame A.
Recensione della camera QHY163M.
http://www.alessiobeltrame.com/qhy163m

Buil C.
CMOS vs CCD.
http://www.astrosurf.com/buil/CMOSvsCCD/index.html

Carrol B. W. & Ostlie D. A.
An Introduction to Modern Astrophysics
Addison Wesley Longman

Clark R. N.
"Digital Camera Reviews and Sensor Performance"
www.clarkvision.com

Conrad M., Güttinger W., Dal Cin M. (eds)
Falk G., Fatt P. - Limitations to Single-Photon Sensitivity in Vision Physics and Mathematics of the Nervous System.
Lecture Notes in Biomathematics, vol 4. Springer, Berlin, Heidelberg

Davenhall A.C., Privett G.J. & Taylor M.B.
The 2-D CCD Data Reduction Cookbook
http://star-www.rl.ac.uk/docs/sc5.htx/sc5.htmlt

Feynman R. P.
The Feynman Lectures on Physics, vol. 1-3
Addison Wesley Longman

Feynman R. P.
The Strange Theory of Light and Matter
Princeton Science Library

Halliday D. & Resnick R.
Fisica 2
Casa Editrice Ambrosiana

Hasinoff S. W., Durand F., Freeman W. T.
Noise-Optimal Capture for High Dynamic Range Photography
Massachusetts Institute of Technology, Computer Science and Artificial Intelligence Laboratory

Hongyun Q.
Why Dark Field Is Darker Than Bias Field
http://qhyccd.com/bbs/index.php?action=dlattach;topic=6159.0;attach=9024

Hornsey R.I.
"Part III: Noise in Image Sensors"
University of Waterloo

Howell S.
Handbook of CCD Astronomy
Cambridge University Press

Martinec, E. (n.d.). Noise, Dynamic Range and Bit Depth in Digital SLRs.
Tratto da theory.uchicago.edi:
http://theory.uchicago.edu/%7Eejm/pix/20d/tests/noise/

Nakamura J. (Ed.)
Image sensors and signal processing for digital still cameras
2006 Taylor & Francis

Peris V.
Master Calibration Frames: Acquisition and Processing.
https://www.pixinsight.com/tutorials/master-frames/index.html

QSI
"Understanding CCD Read Noise"
www. qsimaging.com

Sensorgen
sensorgen.info

Stark C.
Pre-Processing images in Nebulosity.
http://www.stark-labs.com/help/nebulositytutorials/files/Processing_HowTo.pdf

Hecht, S.; Shlar, S.; Pirenne, M.H. (1942)
Energy, Quanta, and Vision
Journal of General Physiology 25: 819-840.

Tinsley J.N., Molodtsov M.I., Prevedel R., Wartmann D., Espigulé-Pons J., Lauwers M., Vaziri A.
Direct detection of a single photon by humans
Nature Communications volume 7, Article number: 12172 (2016)